



**THÈSE DE DOCTORAT**

**DE L'UNIVERSITÉ PSL**

Préparée à Ecole Normale Supérieure

**Ensemble atomique inhomogène protégé de la  
décohérence par son couplage fort à la cavité**

Soutenue par

**Mohamed Baghdad**

Le 21 septembre 2020

École doctorale n°564

**Ecole doctorale Ile de  
France**

Spécialité

**Physique quantique**

Composition du jury :

Robin Kaiser Directeur de recherche, Institut Non Li- néaire de Nice	<i>Rapporteur</i>
Andréa Bertoldi Chargé de recherche, LP2N	<i>Rapporteur</i>
Juliette Billy Maitre de conférence, Laboratoire Colli- sions Agrégats Réactivité	<i>Examinatrice</i>
Patrice Bertet chargé de recherche, CEA	<i>Examineur</i>
Klaus Mölmer Professeur, Université de Aarhus	<i>Examineur</i>
Jakob Reichel Professeur, Laboratoire Kastler Brossel	<i>Directeur de thèse</i>
Romain Long Maitre de conférence, Laboratoire Kast- ler Brossel	<i>Co-Directeur de thèse</i>



# Table des matières

<b>I</b>	<b>Une nouvelle plateforme pour l'intrication multi particules</b>	<b>7</b>
I.1	Principe général de la CQED . . . . .	8
I.1.1	Couplage d'un atome avec un mode de cavité . . . . .	8
a)	Cas d'un atome en système isolé . . . . .	8
b)	Généralisation du modèle en présence de relaxation . . . . .	10
I.1.2	Couplage d'un ensemble d'atomes avec le mode de cavité . . . . .	11
a)	Base de Dicke . . . . .	11
b)	Hamiltonien de Tavis Cummings . . . . .	12
c)	Mesure de transmission et de l'état quantique du système atome-cavité . . . . .	12
d)	Génération d'intrication . . . . .	14
I.2	Vers la génération d'atomes uniques piégés en cavité . . . . .	15
I.2.1	Expérience historique . . . . .	15
I.2.2	Un registre d'atomes uniques dans une cavité miniaturisée . . . . .	17
a)	Conception de la cavité optique . . . . .	18
b)	Réseau optique et mode de cavité commensurés . . . . .	20
c)	Microscope à atomes et adressage à l'échelle de l'atome unique . . . . .	23
<b>II</b>	<b>Ensemble atomique inhomogène en couplage fort dans une cavité optique</b>	<b>27</b>
II.1	Vers le couplage de N atomes en présence d'inhomogénéités . . . . .	29
II.1.1	Deux atomes couplés avec le mode de cavité en présence d'inhomogénéités de couplage . . . . .	29
II.1.2	Deux atomes couplés avec le mode de cavité en présence d'inhomogénéités de couplage et de fréquences atomiques . . . . .	30
II.2	couplage . . . . .	32
II.2.1	Extension à ensemble inhomogène . . . . .	32
II.2.2	Description d'un ensemble inhomogène d'émetteurs . . . . .	33
II.2.3	Application à différentes distributions de fréquences . . . . .	35
II.2.4	Etat de l'art de la protection par la cavité . . . . .	37
a)	Expérience en cavité micro onde . . . . .	37
b)	Expérience en cavité optique . . . . .	40
II.3	Cas d'un ensemble atomique mésoscopique et inhomogène en cavité . . . . .	42
II.3.1	Un ensemble atomique inhomogène . . . . .	42
a)	Calcul des déplacements lumineux . . . . .	42

b)	Mélange des niveaux hyperfins de l'état excité . . . . .	45
c)	Simulation des distributions de fréquences atomiques . . . . .	47
II.3.2	Un ensemble d'émetteurs mésoscopique . . . . .	50
a)	Transmission dans le cas protégé et non protégé . . . . .	50
b)	Protection d'un ensemble mésoscopique . . . . .	52
<b>III</b>	<b>Préparation d'un nuage polarisé d'atomes froids en cavité optique</b>	<b>55</b>
III.1	Système laser . . . . .	57
III.1.1	Laser de référence et asservissement . . . . .	57
III.1.2	Les lasers refroidisseur et repompeur . . . . .	58
a)	Les lasers du piège magnéto optique . . . . .	58
b)	Les lasers de refroidissement et de repompage dans la cavité . . . . .	59
III.2	Piège magnéto optique en dehors de la cavité . . . . .	59
III.2.1	PMO à deux dimensions . . . . .	59
a)	Cellule pour le PMO 2D . . . . .	60
b)	Champs magnétiques pour le PMO 2D . . . . .	61
c)	Système optique du PMO 2D . . . . .	62
d)	Caractérisation du flux atomique du PMO 2D . . . . .	62
III.2.2	Piège magnéto optique sous la cavité . . . . .	63
III.2.3	Mélasse optique . . . . .	64
III.2.4	Système de détection . . . . .	65
III.3	Transport du nuage d'atomes froids dans la cavité . . . . .	67
III.3.1	Description du transport . . . . .	67
III.3.2	Chargement à partir du PMO . . . . .	67
III.3.3	Transport des atomes . . . . .	68
III.3.4	Chargement du réseau optique . . . . .	70
III.4	Annulation des champs magnétiques fictifs . . . . .	71
III.4.1	Origines du champ magnétique fictif . . . . .	71
III.4.2	Spectroscopie micro onde . . . . .	73
III.4.3	Résultats . . . . .	74
III.5	Préparation dans un sous niveau Zeeman $ 2,2\rangle$ . . . . .	75
III.5.1	Méthode de hachage . . . . .	75
III.5.2	Pompage optique . . . . .	77
III.5.3	Passage adiabatique . . . . .	78
III.5.4	Purification . . . . .	79
III.5.5	Mesure du temps de vie du nuage d'atomes froids dans le piège intra cavité . . . . .	80
<b>IV</b>	<b>Stabilisation et calibration des mesures par la cavité</b>	<b>83</b>
IV.1	Chaîne d'asservissements de l'expérience . . . . .	84
IV.1.1	Présentation générale . . . . .	84
IV.1.2	Asservissement de la fréquence de la cavité optique par rapport au $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	85
a)	Principe de l'asservissement par la technique de Pound Drever Hall. . . . .	85
b)	Schéma général de l'asservissement par la technique de Pound Drever Hall . . . . .	89

IV.1.3	Stabilisation de l'intensité . . . . .	90
IV.2	Stabilisation de la modulation d'amplitude résiduelle . . . . .	91
IV.2.1	Origines de la RAM . . . . .	91
a)	Effets d'étalon . . . . .	91
b)	Cas d'un mauvais alignement de la polarisation . . . . .	93
IV.2.2	Effet de la modulation d'amplitude résiduelle sur l'asservissement de la cavité optique . . . . .	95
IV.2.3	Correction des effets de modulation résiduelle d'amplitude . . . . .	96
a)	Principe de la correction . . . . .	96
b)	Mise en oeuvre expérimentale . . . . .	96
c)	Résultats . . . . .	97
d)	Stabilité de la fréquence de cavité . . . . .	99
IV.3	Calibration du nombre d'atomes par la mesure dispersive . . . . .	100
IV.3.1	Quelques rappels théoriques . . . . .	100
IV.3.2	Balayage de la cavité dispersée par pertes d'atomes . . . . .	102
IV.3.3	Mesure dispersive du nombre d'atomes à l'aide d'un laser sonde rampé en fréquence . . . . .	103
IV.4	Mesure du doublet de Rabi . . . . .	106
IV.4.1	Compensation de la non-linéarité du balayage . . . . .	106
IV.4.2	Réglage de la polarisation de la sonde . . . . .	109
IV.4.3	Ajustement de la puissance de la sonde . . . . .	112
IV.4.4	Mesure des déplacements lumineux à différentes profondeurs . . . . .	113
a)	Principe de la méthode . . . . .	113
b)	Résultats des déplacements lumineux . . . . .	114
<b>V</b>	<b>Protection des polaritons en cavité</b> . . . . .	<b>117</b>
V.1	Mesure des distributions . . . . .	119
V.1.1	Schéma expérimental . . . . .	119
V.1.2	Résultat . . . . .	120
V.2	Schéma expérimental de l'étude de la protection par la cavité . . . . .	122
V.3	Protection à fort couplage . . . . .	123
V.3.1	Mise en oeuvre expérimentale . . . . .	124
V.3.2	Simulation des données . . . . .	125
V.3.3	Résultat . . . . .	125
V.4	Dépendance du nombre de modes noirs détectés avec le coupage collectif . . . . .	128
V.4.1	Mise en oeuvre du traitement des données . . . . .	128
V.4.2	Résultat . . . . .	129
V.5	Mesure de la dépendance du doublet de Rabi avec le nombre d'atomes $N$ . . . . .	131
V.6	Dépendance du sens de balayage et effet de dépompage . . . . .	133
V.6.1	Effet de dépompage . . . . .	133
V.6.2	Dépendance avec le sens de balayage de la fréquence de la sonde . . . . .	136
<b>VI</b>	<b>Modulation fréquentielle des polaritons</b> . . . . .	<b>141</b>
VI.1	Etat de l'art sur l'ingénierie de Floquet . . . . .	143
VI.1.1	Première application dans le domaine des atomes froids : simulation quantique . . . . .	143

VI.1.2	Contrôle des termes de couplages d'un Hamiltonien . . . . .	144
VI.1.3	Génération de "polaritons de Floquet" en cavité . . . . .	144
VI.1.4	Applications en circuit QED et logique quantique . . . . .	147
VI.2	Effet d'une modulation temporelle sur les modes propres du système atomes-cavité . . . . .	148
VI.2.1	Expression du battement dans le cas général et effet sur la fréquence atomique . . . . .	148
VI.2.2	Expression des modes propres . . . . .	150
VI.2.3	Expression du spectre de cavité . . . . .	152
VI.3	Polaritons multi fréquentiels en cavité . . . . .	154
VI.3.1	Modulation temporelle contrôlée des énergies propres à l'aide d'une sonde . . . . .	154
VI.3.2	Mesure expérimentale des amplitudes des pics modulés . . . . .	156
VI.3.3	Mesure expérimentale de la modulation des doublets de Rabi . . . . .	156
VI.3.4	Transfert de la modulation du battement aux modes propres de l'Hamiltonien . . . . .	160
a)	Variation de l'indice de modulation et courbe d'ajustements . . . . .	160
b)	Méthode du "Bootstrap" pour l'estimation des erreurs sur les paramètres . . . . .	161
<b>VII</b>	<b>Conclusion</b>	<b>165</b>
<b>A</b>	<b>Annexe 1</b>	<b>171</b>
A.1	Rappels sur les forces optiques . . . . .	171
A.1.1	Pression de radiation . . . . .	172
A.1.2	Force dipolaire . . . . .	172
<b>B</b>	<b>Annexe 2</b>	<b>173</b>
B.1	Rappels théoriques des cavités Fabry-Pérot . . . . .	173
<b>C</b>	<b>Annexe 3</b>	<b>175</b>
C.1	Calcul de la modulation résiduelle d'amplitude . . . . .	175
	<b>Bibliographie</b>	<b>179</b>

## Introduction

L'Homme a sans cesse repoussé les limites de sa compréhension du monde qui l'ont amené de la description du réel macroscopique à la description du réel microscopique. Les pères fondateurs de la science moderne que sont Galilée et Descartes ont décrit les premiers éléments de réforme de la pensée scientifique afin de s'affranchir des arguments d'autorité. Dès le 17<sup>ème</sup> siècle, Galilée et Descartes ont adhéré au concept du mécanisme qui affirme que la réalité est décrite au moyen des seuls concepts de positions et mouvement. Ce sont des attributs que Descartes considérait même comme innés. Ce sont des concepts familiers et appréhendables pour la raison humaine classique. Mais ces méthodes seront totalement bouleversées par l'apparition de la physique quantique au 20<sup>ème</sup> siècle qui fut une révolution tout aussi bien scientifique que philosophique.

La physique quantique ne se décrit plus dans un espace réel mais dans un espace abstrait : l'espace de Hilbert. Dans cet espace abstrait existent de nouveaux objets aux propriétés uniques, des objets purement quantiques, une des conséquences du principe de superposition de la mécanique ondulatoire : ce sont les états intriqués dévoilant le caractère non local de la mécanique quantique qui fut montré par les expériences de Alain Aspect l'Institut d'Optique [1][2].

Un des enjeux crucial de la physique expérimental est de pouvoir générer de tels états en laboratoire de manière robuste, contrôlée et déterministe. Beaucoup de protocole ont été proposés [3] [4] mais demandent des avancées technologiques solides afin de les créer en laboratoire. Historiquement la création d'états intriqués à deux particules a été la première rapportée [5][6] et caractérisée. Mais ceci reste des systèmes microscopiques au faible nombre de particules.

Un degré supplémentaire de complexité apparaît lorsqu'on étend ce concept d'intrication à des ensembles "mésoscopique" contenant  $N$  particules. Le système se trouve alors enrichi d'un comportement collectif de l'ensemble des particules qui ouvre beaucoup de questions et d'applications comme par exemple l'étude du comportement collectif d'un ensemble d'atomes froids [7]. L'une liée à la caractérisation d'un ensemble de particules intriquées reste ouverte et donne lieu à de nombreuses recherches [8]. Des méthodes de caractérisation ont été développées et sont basées sur des mesures de l'entropie de Von Neumann [9]. De plus le rapport entre intrication et transitions de phase quantiques reste au centre de plusieurs études [10], dans le sens où dans les deux cas des corrélations longues distances sont en jeu.

L'ingrédient majeur de ces systèmes à  $N$  particules est la création de corrélations longues distances avec un haut degré de contrôle afin de générer de tels objets purement quantiques. C'est pourquoi des couplages collectifs suffisamment forts sont une des voies empruntées pour la création d'intrication multi particules. Plusieurs méthodes robustes ont alors émergé, basées sur des effets de dissipation en système ouvert [4] [11] [3] mais

aussi sur des couplages longues distances dans une chaîne d'atomes en cavité [12][13][14] ou sur puce atomique [15] [16] où des états comprimés de Spin ont été produits.

Toutes ces applications nécessitent, pour nombre d'entre elles, des systèmes homogènes en couplage fort, c'est à dire présentant peu d'inhomogénéités de couplage et de fréquence et dont les interactions sont suffisamment fortes face aux différentes sources de relaxation. C'est aussi les systèmes les plus simples à décrire formellement. Suivant cette voie, les systèmes d'atomes en cavité offrent de nombreuses possibilités dans le contrôle des interactions longue distance et dans la génération de couplages homogènes [17] [18] que ne possède pas par exemple le domaine du circuit CQED où les qubits restent très sensibles à l'environnement qui les entoure [19] et sont difficilement contrôlables.

De plus cette extension à  $N$  atomes pose la question du système isolé et de la décohérence. En pratique aucun système n'est isolé. Dès que le système se trouve en contact avec un environnement, son état s'en trouve perturbé. Ce couplage avec ces modes extérieurs induit de la décohérence et une destruction des corrélations quantiques des états intriqués [20]. L'environnement agit en quelque sorte comme un appareil de mesure projetant aléatoirement le système sur un mode extérieur. Plus le nombre de particule augmente, plus le degré de cohérence dans un tel état est difficile à conserver, à protéger du couplage à un environnement dans lequel il peut se relaxer .

Tout le travail expérimental repose alors sur la création de plateformes se rapprochant d'un système isolé dans lesquelles les particules sont en couplage fort et sont couplées de manière collective et homogène pour limiter les effets de décohérence.

Certaines expériences basées sur une rétroaction active sur le système permettent de s'affranchir de ces effets de décohérence [21]. Dans d'autres cas, l'ensemble des particules se protège lui même contre ces sources d'inhomogénéités. C'est ce qu'on appelle la protection par la cavité [22]. En effet dans le régime de couplage fort, la dynamique des  $N$  particules est dominée par l'échange d'énergie entre la matière et la lumière. Si cette dynamique est suffisamment forte par rapport aux différents taux de relaxation, le système devient insensible à la présence des inhomogénéités [23] [24]. L'ensemble des émetteurs se synchronise afin de se comporter de manière collective et en phase [25] [7]. Ce qui ouvre des applications de tels systèmes à des protocoles robustes d'information quantique [26] et mémoires quantiques [75]. C'est ce que démontre la plateforme expérimentale de ce manuscrit.

Dans certaines conditions, ces inhomogénéités peuvent être une ressource pour étudier de nouveaux modèles jusqu'alors inaccessibles dans le cas homogène. Plusieurs avancées technologiques ont émergé ces dernières années afin de traiter le couplage d'un ensemble d'atomes avec un ensemble de modes [27] notamment par l'ingénierie de Floquet. L'ingénierie de Floquet, en modulant périodiquement un des paramètres de le hamiltonien, génère de nouveaux hamiltoniens qu'il est impossible de créer de manière stationnaire. Il a été possible de concevoir des hamiltoniens de type Haldane révélant un comportement topologique de la matière [28] mais a aussi permis un contrôle du spectre atomique [27] [29] ou même de nouvelles méthodes de refroidissement de nuage d'atomes [30]. Ce type d'avancée trouve des applications dans la génération de portes quantiques [27] entre atomes neutres opérant sur des échelles de temps très rapides [29]. De plus, en tirant partie des forts déplacements lumineux de certains atomes [31], il devient possible de gé-

nérer une modulation de fréquences sur les modes propres d'un hamiltonien de type Tavis Cummings ouvrant la voie à l'électrodynamique quantique multi fréquence. C'est le sujet des résultats préliminaires de la dernière partie de ce manuscrit.

Dans ce manuscrit, nous présentons la réalisation et l'étude d'une plateforme explorant l'intrication multi particule dans un régime de protection contre les effets d'inhomogénéités du système. Cette plateforme offre également la possibilité d'explorer le régime multi-fréquence de l'électrodynamique quantique en cavité.

Le cœur de l'expérience est une cavité Fabry Péroth de haute finesse idéale pour des tests de l'électrodynamique quantique. La cavité accueille un nuage d'atomes froids couplés avec un mode de la cavité à 780 nm et piégés dans un réseau optique de longueur d'onde 1559 nm. Les modes aux deux longueurs d'onde étant commensurés, les atomes sont couplés de manière homogène et maximale avec le mode de cavité. Un microscope de haute ouverture numérique a été intégré au système afin de détecter la chaîne d'atomes et effectuer des opérations locales sur chaque atome.

Ce système est inédit car il crée un couplage collectif entre atomes assisté par la cavité avec un contrôle à l'échelle de l'atome unique dans un régime de protection contre les inhomogénéités. La protection, dans ce système, opère dans un régime fini du nombre d'atomes. Ce qui n'a pas encore été exploré expérimentalement, impliquant une définition du concept de protection dans le domaine "mésoscopique".

En effet la cavité est dans un régime de couplage fort où la dynamique est dominée par des échanges d'énergie entre atomes et photons du mode de cavité. Cette dynamique n'est pas affectée par la présence de inhomogénéités de fréquence et couplage, source majeure de décohérence, et synchronise l'ensemble des atomes le long de la cavité. [32][33] De plus la possibilité de moduler le réseau de la cavité permet de générer des modes brillants multi fréquence dans la cavité, ouvrant la voie à l'électrodynamique quantique multi fréquence en cavité.

Le manuscrit suit le plan :

**Chapitre 1** Ce chapitre introduit les grandes lignes de l'expérience du groupe de Romain Long et Jakob Reichel. Il rappelle le formalisme de l'électrodynamique quantique en cavité.

**Chapitre 2** Ce chapitre présente le modèle de Tavis Cummings dans le régime inhomogène. Il finit par une discussion de l'effet de protection dans le cas mésoscopique, c'est à dire de  $N$  Spins discrets couplés avec un mode de cavité.

**Chapitre 3** Ce chapitre présente le schéma général de la préparation d'un nuage d'atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  piégés en cavité et pompés dans un sous niveau Zeeman  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Il détaille également les mesures de temps de vie dans le réseau optique.

**Chapitre 4** Ce chapitre détaille l'ensemble des asservissements de l'expérience. Il explique l'asservissement de la fréquence de cavité et la minimisation des effets de modulation d'amplitude sur l'asservissement de la cavité. Il présente également le schéma

général de balayage des modes propres du hamiltonien de Tavis Cummings et la mesure du nombre d'atomes par la cavité en régime dispersif.

**Chapitre 5** Ce chapitre adresse le concept de protection par la cavité. Il rapporte les mesures expérimentales en présence d'inhomogénéités et confronte le modèle de la protection développé au chapitre 2 et les données expérimentales. Il détaille également les effets de dépompage lors de la mesure des modes propres.

**Chapitre 6** Ce chapitre présente les mesures des premiers modes propres multi fréquence. Il détaille la mise en place de la modulation périodique du hamiltonien de Tavis Cummings et rapporte les premières mesures de modes propres modulés en fréquence en cavité haute finesse.

## Abstract

Controlling and characterizing entanglement in large quantum systems is an exciting challenge of modern physics, and a necessary milestone to fulfill the promises of the second quantum revolution. Along this line, this manuscript describes a platform where ultracold rubidium atoms are strongly coupled to a fiber-based Fabry-Perot cavity under a quantum gas microscope. Here, the cavity is used to create collective interactions between the atoms, while the microscope is designed for single-qubit manipulation and readout. To maximize the overlap between the atomic spatial distribution and the 780nm cavity mode to which they are coupled, we use an intracavity far off-resonance lattice trap at 1560 nm in a configuration where the antinodes of the 1560 nm standing wave coincide with antinodes of the 780 nm standing wave, which is possible because the two wavelengths are commensurate.

Because of their finite temperature, cold atom qubits in our setup have a random spatial distribution, which results in a random distribution of coupling parameters and resonance frequencies. In particular, the use of 1560nm trapping light implies strong energy shifts of the excited state manifold  $5P_{3/2}$ , mostly stemming from couplings to the  $4D_{5/2}$  and  $6S_{1/2}$  states, and typically  $\sim 50$  times bigger than the ground state ( $5S_{1/2}$ ) lightshift.

These inhomogeneities can be as large as several hundreds of MHz but the experiment still shows transmission peaks of the atoms-cavity coupled system much narrower than this, on the order of a few tens of MHz. These observations are reminiscent of the “cavity protection”. This surprising phenomenon - narrow collective resonances in spite of strong inhomogeneous broadening - has recently been observed in solid-state cavity QED systems, but has not been considered in atomic systems. Here, we report the first observation of a “cavity protection” effect with atomic qubits in a mesoscopic ensemble.

These inhomogeneities can also be used as a tool to modulate the system periodically in the context of the Floquet engineering which deals with the temporal modulation of one parameter of the Hamiltonian. In this kind of regime, the Jaynes Cummings model exhibits new kind of eigenmodes which are modulated in frequency.

This combination of cavity protection and Floquet engineering occurring in the optical domain could find applications in the fields of quantum memories and quantum networks.

## Résumé

Contrôler et caractériser l'intrication dans les systèmes quantiques est un défi physique passionnant, et une étape nécessaire pour réaliser les promesses de la deuxième révolution quantique. C'est à cette fin que ce manuscrit propose une plate-forme où les atomes de rubidium ultra-froids sont fortement couplés à une cavité Fabry-Pérot fibrée sous un microscope à gaz quantique. Ici, la cavité est utilisée pour créer des interactions collectives entre les atomes en régime de couplage fort, tandis que le microscope permettra la manipulation et la détection à l'échelle du seul qubit. Pour maximiser le recouvrement entre l'ensemble atomique et le mode de cavité à 780 nm avec lequel les atomes sont couplés, nous utilisons un réseau optique loin de résonance à 1560 nm dans une configuration où les ventres de l'onde stationnaire à 1560 nm coïncident avec les ventres de l'onde stationnaire 780 nm, ce qui est possible car les deux longueurs d'onde sont commensurables.

En raison de leur température finie, les qubits dans notre configuration ont une distribution spatiale aléatoire, qui se traduit par une distribution aléatoire des paramètres de couplage et des fréquences de résonance. En particulier, l'utilisation d'une lumière de piégeage à 1560 nm implique de forts déplacements lumineux de l'état excité  $5P_{3/2}$ , provenant principalement de couplages aux états  $4D_{5/2}$  et  $6S_{1/2}$ , et typiquement  $\sim 50$  fois plus grand que ceux de l'état fondamental ( $5S_{1/2}$ ).

Ces inhomogénéités peuvent atteindre plusieurs centaines de MHz bien que l'expérience montre des pics de transmission du système couplé atomes-cavité beaucoup plus étroits qu'attendu, de l'ordre de quelques dizaines de MHz. Ces observations se nomment la «protection par cavité». Ce phénomène surprenant a récemment été observé dans le domaine de la physique du solide mais jamais étudié dans des systèmes atomiques. Ici, nous rapportons la première observation d'un effet de «protection par la cavité» avec des qubits atomiques dans un ensemble atomique mésoscopique.

De plus, ces inhomogénéités peuvent également être utilisées comme un outil pour moduler périodiquement un système. Il s'agit de l'ingénierie Floquet. Dans ce type de régime, le modèle de Jaynes Cummings présente un nouveau type de modes propres modulés en fréquence.

Cette combinaison de la protection par la cavité et d'ingénierie de Floquet dans le domaine optique pourraient trouver des applications dans les domaines des mémoires quantiques et des réseaux quantiques.

# Chapitre I

## Une nouvelle plateforme pour l'intrication multi particules

Ce chapitre donne une introduction générale au formalisme de l'électrodynamique quantique en cavité (CQED) et de l'expérience. En première partie, nous rappellerons les grandes lignes de la CQED. Puis dans une seconde partie, nous nous concentrerons sur les principaux éléments de la nouvelle plateforme de CQED construite dans le groupe de Romain Long et Jakob Reichel.

Poème mystique :

Muse, tu fus si loin et si proche à la fois  
M'inspirant de longs vers à ne dire qu'à toi.  
Ta douce voix me chante un délicat désir,  
Me dévoilant alors le secret du plaisir.  
Depuis que le Zéphyr souffle dans tes cheveux,  
Mon cœur fragile se trouve coupé en deux.  
Lorsque la brume bleutée lentement se lève,  
tu m'apparais radieuse au bout de mon long rêve.  
Ton regard charmeur si enivrant pour l'Amant  
fend mon cœur d'une lame faite de diamant  
Tu es comme l'air musqué entre les doigts du vent,  
Si insaisissable et au souffle réchauffant.  
Dans ton labyrinthe, j'aime y défier le temps  
Afin qu'éternel soit chacun de nos moments.

## I.1 Principe général de la CQED

Nous détaillons dans cette section le formalisme général de l'électrodynamique quantique en cavité. On commencera par une étude d'un atome couplé à un mode de cavité dans un système isolé avant d'étendre le système à un ensemble d'atomes en système ouvert. Nous donnerons également différents mécanismes basés sur la CQED comme la mesure non destructive d'état quantique (QND) et la génération d'intrication en cavité optique.

### I.1.1 Couplage d'un atome avec un mode de cavité

#### a) Cas d'un atome en système isolé

L'utilisation des cavités optiques miniaturisées permet de coupler efficacement un photon avec un atome unique. Considérons le cas d'un atome couplé avec un mode de la cavité. L'atome est décrit par deux niveaux atomiques  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  d'énergie respective  $E_f$  et  $E_e$ . Le hamiltonien d'interaction de type dipolaire s'écrit :

$$\hat{H}_{int} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$$

où l'opérateur dipolaire  $\hat{\mathbf{d}}$  s'exprime dans la base  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  :

$$\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}|f\rangle\langle e| + c.c$$

Le champ  $\mathbf{E}$  dans la cavité s'exprime en fonction d'une superposition de modes normaux  $\mathbf{u}_j(\mathbf{r})$  :

$$\mathbf{E} = \sum \epsilon_j \mathbf{u}_j(\mathbf{r}) \hat{a}_j + c.c$$

où  $j$  est le  $j^{\text{ème}}$  mode du champ.  $\hat{a}_j$  et  $\hat{a}_j^\dagger$  sont les opérateurs annihilation et création d'un photon dans le mode  $j$  et  $\mathbf{u}_j(\mathbf{r})$  la dépendance spatiale du mode.  $\epsilon_j$  est l'amplitude du champ à un photon s'exprime comme :

$$\epsilon_j = \sqrt{\frac{\hbar\omega_j}{2\epsilon_0 \int |\mathbf{u}_j(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r}}}$$

Il vient que le hamiltonien total du champ s'écrit :

$$\begin{aligned} H_{champ} &= \frac{\epsilon_0}{2} \int (\hat{E}^2 + c^2 \hat{B}^2) d^3r \\ &= \sum_j \hbar\omega_j \left( \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

On peut également déduire l'amplitude du champ maximal donnant un couplage maximal avec le mode de cavité :

$$\epsilon_{j,max} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_j}{2\epsilon_0 V_j}} \text{ avec } V_j = \int \frac{|\mathbf{u}_j(\mathbf{r})|^2}{\max_{\mathbf{r}} |\mathbf{u}_j(\mathbf{r})|^2} d^3\mathbf{r}$$

où  $V_j$  est le volume du mode. On remarque que ce champ maximal est inversement proportionnel au volume de mode. Plus le volume est petit, plus le champ à un photon est grand, plus le couplage entre le mode de cavité et l'atome est grand.

On considère une cavité possédant un ensemble de mode  $j$  de fréquence  $\omega_j$ . On note également que la fréquence de résonance atomique est proche d'un mode de cavité  $\omega_j = \omega_c \sim \omega_a$ . On peut déduire un hamiltonien générale décrivant un atome couplé avec un mode de cavité et s'exprimant selon trois contributions :

$$\hat{H} = \hat{H}_{at} + \hat{H}_{champ} + \hat{H}_{int}$$

En posant  $|e\rangle$  l'état du niveau excité d'énergie  $E_e$ ,  $|f\rangle$  l'état du niveau fondamental d'énergie  $E_f$ ,  $\hat{a}_l$  et  $\hat{a}_l^\dagger$  les opérateurs création et annihilation d'un photon dans le mode de cavité  $l$ , on peut expliciter le Hamiltonien total :

$$\begin{aligned}\hat{H}_{at} &= \hbar\omega_a\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} \\ \hat{H}_{champ} &= \hbar\omega_c\hat{a}_l^\dagger\hat{a}_l \\ \hat{H}_{int} &= -\epsilon_l\hat{\mathbf{d}}\cdot(\mathbf{u}_l(\mathbf{r})\hat{a}_l + \mathbf{u}_l^*(\mathbf{r})\hat{a}_l^\dagger).\end{aligned}$$

Pour exprimer plus simplement le hamiltonien d'interaction, on suppose que le champ électrique est polarisé linéairement selon une direction bien définie. L'opérateur vectoriel du moment dipolaire  $\hat{\mathbf{d}}$  se projette sur la direction définie par le vecteur de polarisation. Dans la base  $(|e\rangle, |f\rangle)$  l'opérateur moment dipolaire s'exprime :

$$\begin{aligned}\hat{d} &= d_{fe}|e\rangle\langle f| + d_{eg}|f\rangle\langle e| \\ \hat{d} &= d_{fe}(\hat{\sigma}^\dagger + \hat{\sigma})\end{aligned}$$

où  $\hat{\sigma}^\dagger$  et  $\hat{\sigma}$  sont respectivement les opérateurs échelle de montée dans l'état  $|e\rangle$  et de descente dans l'état  $|f\rangle$ . On peut finalement écrire, dans l'approximation de l'onde tournante, le hamiltonien régissant l'interaction d'un atome avec un mode de cavité  $\hat{a}$  :

$$\hat{H} = \hbar\omega_a\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} + \hbar\omega_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar g(\mathbf{r})(\hat{\sigma}\hat{a}^\dagger + \hat{\sigma}^\dagger\hat{a})$$

où le couplage entre l'atome et la cavité  $g(\mathbf{r})$  est donnée par :

$$g(\mathbf{r}) = \frac{-d_{ge}\epsilon_l u_l(\mathbf{r})}{\hbar}$$

Dans la suite on omet l'indice  $l$  car on ne considère qu'un seul mode de champ dans la cavité.

Le hamiltonien de Jaynes Cummings [34] dérivé ci dessus est exactement diagonalisable dans un sous espace fermé défini par les vecteurs de base  $(|e, n-1\rangle, |g, n\rangle)$  où  $|e, n-1\rangle$  est l'état où l'atome est excité avec  $n-1$  photons dans le mode de cavité et  $|g, n\rangle$  est l'état où l'atome est dans l'état fondamental avec  $n$  photons dans le mode de cavité. En diagonalisant cet hamiltonien dans ce sous espace, on déduit les énergies propres  $E_+$  et  $E_-$  et vecteurs propres  $|\psi_+\rangle$  et  $|\psi_-\rangle$  :

$$\begin{aligned}E_+ &= n\omega_c + \frac{1}{2}(\Delta_{ac} + \sqrt{\Delta_{ac}^2 + 4g^2}) \\ E_- &= n\omega_c + \frac{1}{2}(\Delta_{ac} - \sqrt{\Delta_{ac}^2 + 4g^2}) \\ |\psi_+\rangle &= \cos\theta_n|e, n-1\rangle + \sin\theta_n|g, n\rangle \\ |\psi_-\rangle &= \sin\theta_n|e, n-1\rangle - \cos\theta_n|g, n\rangle\end{aligned}$$

où :

$$\begin{aligned}\sin 2\theta_n &= \frac{2\sqrt{ng}}{\sqrt{\Delta_{ac}^2 + g^2n}} \\ \cos 2\theta_n &= \frac{\Delta_{ac}}{\sqrt{\Delta_{ac}^2 + g^2n}}\end{aligned}$$

où  $\Delta_{ac} = \omega_c - \omega_a$  est le désaccord entre la fréquence du mode de cavité et la fréquence atomique.

### b) Généralisation du modèle en présence de relaxation

Le modèle précédent décrit parfaitement un système isolé. En pratique, il faut considérer des termes sources et des termes de relaxation. On compte par exemple l'émission spontanée mais aussi la durée de vie du photon dans la cavité qui vaut  $\frac{1}{\kappa}$ . Il faut également ajouter à la description physique tout terme source pompant le mode de cavité.

C'est pourquoi le formalisme de l'équation pilote donnant l'évolution temporelle de la matrice densité en présence de termes source et de termes de relaxation est le plus adapté :

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = \frac{1}{i\hbar}[\hat{H}_{int}, \hat{\rho}] + L_{cav}\hat{\rho} + L_{sp}\hat{\rho} \quad (\text{I.1})$$

Discutons le terme source. Ce terme couplé aux pertes au taux  $\kappa$  de la cavité nous informe sur l'état du système dans la cavité :

$$H_p = -i\hbar\eta(\hat{a}e^{i\omega_p t} - \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_p t})$$

Ce hamiltonien source se somme au hamiltonien total décrivant l'énergie du champ, l'énergie atomique et l'énergie d'interaction atome-lumière.  $\omega_p$  est la fréquence de la pompe.  $\Delta_{pc} = \omega_p - \omega_c$  est le désaccord entre la fréquence de la pompe et la fréquence de la cavité,  $\eta$  est l'amplitude du champ injecté. Lorsqu'on se concentre uniquement sur la cavité sans atomes, la solution de l'évolution temporelle du champ de la cavité en régime stationnaire prend la forme d'un état cohérent de la lumière  $|\alpha\rangle$  de paramètre  $\alpha = \frac{\eta}{i\Delta_{pc} - \kappa}$ .

Le formalisme de Linblad décrit, quant à lui, les différentes pertes dans le système. Le deuxième terme de (I.1) est durée de vie du photon dans la cavité. Il permet de collecter des informations sur le système atome cavité par la mesure de la transmission :

$$L_{cav} = \kappa(2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \{\hat{\rho}, \hat{a}^\dagger\hat{a}\})$$

Le deuxième terme décrit la relaxation de l'atome par émission spontanée :

$$L_{sp} = \gamma(2\hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger - \{\hat{\rho}, \hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\})$$

où  $\gamma$  est le taux d'émission spontanée. La présence de la cavité peut modifier ce taux en ayant un effet sur les modes de champs vers lesquels l'atome peut se relaxer. Dans notre cas, ce taux est peu modifié et est proche de  $\frac{\Gamma}{2}$ .

On déduit alors le hamiltonien total en présence du terme source après une transformation dans le repère tournant de la pompe :

$$\hat{H}_{tot} = -\Delta_{pa}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} - \Delta_{pc}\hat{a}\hat{a}^\dagger - i\eta(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) + g(\mathbf{r})(\hat{\sigma}\hat{a}^\dagger + \hat{\sigma}^\dagger\hat{a})$$

où  $\Delta_{pa} = \omega_p - \omega_a$  et  $\Delta_{pc} = \omega_p - \omega_c$ .

Considérant ce hamiltonien dans le régime des faibles excitations et en résolvant l'équation pilote dans un sous espace formé par les vecteurs  $|f,0\rangle$ ,  $|f,1\rangle$  et  $|e,0\rangle$ , on déduit par exemple en régime stationnaire l'expression du nombre de photons dans la cavité  $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ , la probabilité d'excitations  $p_e = \langle \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} \rangle$  et la coopérativité  $C$  :

$$\begin{aligned} n_c = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle &= \frac{\eta^2 |\Delta_{pa}|^2}{|g^2 - (\Delta_{pa} + i\gamma)(\Delta_{pc} + i\kappa)|^2} \\ C &= \frac{g^2}{2\kappa\gamma} \\ p_e &= \frac{\eta^2 g^2}{|g^2 - (\Delta_{pa} + i\gamma)(\Delta_{pc} + i\kappa)|^2} \end{aligned} \quad (\text{I.2})$$

La coopérativité définit la dynamique dans laquelle se trouve le système. Une coopérativité forte ( $g > \kappa, \gamma$ ) signifie que la dynamique du système sera dominée par l'échange cohérent d'énergie entre le champ de cavité et les atomes. Une coopérativité faible ( $g < \kappa, \gamma$ ) implique une dynamique dominée par les deux sources de pertes. Le champ et les atomes n'ont pas le temps d'échanger d'énergie de manière cohérente.

### I.1.2 Couplage d'un ensemble d'atomes avec le mode de cavité

Afin d'enrichir la physique étudiée on peut généraliser le système précédent à  $N$  atomes couplés avec un mode cavité  $\hat{a}$ . C'est le hamiltonien de Tavis Cummings. Pour décrire ce hamiltonien, on se place dans la base de Dicke [35] qui est pertinente dans le traitement du couplage de  $N$  atomes avec un mode de cavité.

#### a) Base de Dicke

Notre système de  $N$  atomes peut être compris comme étant un ensemble de  $N$  Spins  $\frac{1}{2}$  décrits par des opérateurs de spin  $\hat{\mathbf{J}}_i$  pour le  $i^{\text{ème}}$  atome. Le système total de  $N$  atomes s'exprime alors dans la base  $|J, J_z\rangle$  définie comme les états propres de  $\hat{J}^2 = \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + \hat{J}_z^2$  et  $J_z = \sum_{i=1}^N \hat{J}_{z,i}$ . En se basant sur la formule d'addition des moments cinétiques,  $J$  prend des valeurs demi-entières de 0 à  $\frac{N}{2}$  et  $J_z$  est un entier compris entre  $-J$  et  $+J$ . Un sous espace particulier est l'espace symétrique engendré par les états symétriques (sous l'échange de deux atomes) dont la valeur du moment angulaire  $J$  est maximal et vaut  $\frac{N}{2}$ . Les états  $|n_N\rangle$  forme ce qu'on appelle la base de Dicke [35] :

$$|n_N\rangle = |J = \frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + n\rangle$$

où  $n$  est le nombre d'excitations présentes dans le système.

### b) Hamiltonien de Tavis Cummings

Lorsqu'on considère le couplage de  $N$  atomes avec un mode de cavité sous un même couplage  $g$  et une même fréquence atomique, le hamiltonien général prend la forme de :

$$\hat{H} = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_a \sum_i \hat{\sigma}_i^\dagger \hat{\sigma}_i + \hbar g \sum_i (\hat{\sigma}_i \hat{a}^\dagger + \hat{\sigma}_i^\dagger \hat{a})$$

En écrivant  $\hat{J}_- = \sum_i \hat{\sigma}_i$ ,  $\hat{J}_+ = \sum_i \hat{\sigma}_i^\dagger$  et  $\hat{J}_z = \hbar\omega_a \sum_i \hat{\sigma}_i^\dagger \hat{\sigma}_i$  on exprime le hamiltonien en fonction de ces deux opérateurs échelle qui ajoutent ou retirent une excitation atomique à l'ensemble des  $N$  atomes :

$$\hat{H} = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_a \left( J_z + \frac{N}{2} \right) + \hbar g (\hat{J}_- \hat{a}^\dagger + \hat{J}_+ \hat{a})$$

La diagonalisation de cet hamiltonien suit la même logique que celui de Jaynes Cummings. L'état fondamental de cet hamiltonien est l'état  $|0_N, 0_c\rangle$  où la première partie correspond à  $N$  atomes dans l'état fondamental  $|0\rangle$  exprimé dans la base de Dicke et la deuxième partie l'état photonique dans la cavité exprimé dans la base des état de Fock. Dans le régime des faibles excitations, le système évolue dans un sous espace défini par les vecteurs de base  $\{|1_N, 0_c\rangle, |0_N, 1_c\rangle\}$ . Le hamiltonien est alors diagonalisable dans ce sous espace et exhibe deux énergies propres et vecteurs propres à  $N$  atomes :

$$|\psi_{\pm}, N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_N, 1_c\rangle \pm |1_N, 0_c\rangle) \text{ dans le cas résonant } \Delta_{ac}=0$$

$$\omega_{\pm, N} = \omega_c + \frac{1}{2} (\Delta_{ac} + \pm \sqrt{\Delta_{ac}^2 + 4g^2 N})$$

En ajoutant les pertes et termes sources, l'équation pilote en régime stationnaire permet de déduire un nombre de photons dans la cavité  $n_c$  et une coopérativité dans le cas de  $N$  atomes donnée par (I.2) en remplaçant la force de couplage à un atome par la force de couplage collective  $g\sqrt{N}$  :

$$n_c = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = \frac{\eta^2 |\Delta_{pa}|^2}{|Ng^2 - (\Delta_{pa} + i\gamma)(\Delta_{pc} + i\kappa)|^2}$$

$$C_N = \frac{Ng^2}{2\kappa\gamma} = NC_1$$

où  $C_1$  est la coopérativité à un atome.

### c) Mesure de transmission et de l'état quantique du système atome-cavité

La source principale d'information dans ce type de système est la transmission de la cavité. Elle est basée, en amont, sur l'interaction résonante d'un ensemble d'atomes avec un mode de cavité. Dans ce régime d'interaction, le système dévoile deux nouveaux modes propres situés à des fréquences différentes de la fréquence de la cavité sans atomes.

Des calculs précédents est déduite la forme générale de la transmission  $T = \frac{I_t}{I_i}$  où  $I_t = \kappa n_c$  est l'intensité transmise et  $I_i$  l'intensité en entrée,  $\kappa$  est le taux de photons de cavité transmis en sortie. Dans la suite, on considère le cas où le système est résonant

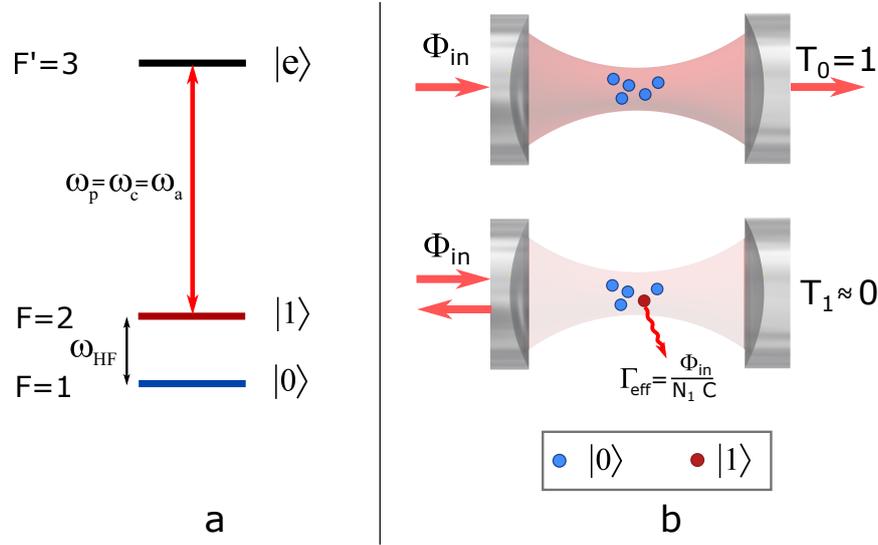


Fig. I.1 (a) Représentation des niveaux énergétiques. (b) Schéma de transmission de la cavité. Si un atome est dans l'état  $|1\rangle$ , la transmission est  $T_1$ . Dans le cas où tous les atomes sont dans  $|0\rangle$ , la transmission est maximale

$\Delta_{pa} = \Delta_{pc} = 0$ . Dans le cas d'une cavité sans atomes, la transmission  $T_0$  vaut  $T_0 = \frac{\eta^2}{\kappa}$ . Dans le cas d'une cavité contenant  $N$  atomes dans l'état  $|1\rangle$ , la transmission  $T$  vaut :

$$T = \kappa \frac{\eta^2 \gamma^2}{|Ng^2 + \kappa\gamma|^2}$$

$$T = T_0 \frac{1}{(1 + 2C_N)^2}$$

où  $C_N = \frac{Ng^2}{2\kappa\gamma}$  est appelé la coopérativité collective à  $N$  atomes.

Lorsque l'ensemble des atomes est dans l'état  $|0\rangle$ , il n'est pas couplé avec le mode de cavité. La transmission de la cavité est inchangée et correspond à celle de la cavité sans atomes  $T_0$ . En revanche, si un atome se trouve dans l'état  $|1\rangle$ , il est couplé au mode de cavité. La transmission mesurée dans ce cas est ajustée d'un facteur dépendant de la coopérativité  $T_1 = T_0 \frac{1}{1+2C}$  où  $C$  est la coopérativité à un atome. Notons que la mesure de la transmission est une mesure projective. Une transmission haute projette le système dans l'état  $|0_N\rangle$ , une transmission basse le projette dans l'état  $|1_N\rangle$ . Cette mesure projective a été réalisée dans le groupe il y a quelques années [36] et a permis de mettre en place la dynamique de Zénon quantique [37].

De plus l'un des intérêts de cette mesure réside en la réduction de l'émission spontanée. En effet le taux d'émission spontanée est donné par  $\Gamma_{eff} = \frac{\Phi_{in}}{C}$  où  $\Phi_{in}$  est le flux de photons incidents. Dans le cas du régime de couplage fort  $C \gg 1$ , ce taux d'émission spontanée devient faible par rapport au nombre de photons incidents.

### d) Génération d'intrication

Encouragés par la réussite de la mesure non destructive, plusieurs schémas d'intrication et des méthodes de caractérisation ont été étudiés au cours des années suivantes, notamment la tomographie des états  $|W\rangle$  [38] et la dynamique Zénon quantique [37]. Cette dernière méthode est discutée ci dessous [39] [40].

La dynamique Zénon combine interactions lumière matière et mesure simultanée. Si la fréquence de mesure est assez grande, l'état détecté n'a plus le temps d'évoluer. La dynamique du système est gelée. Ici la dynamique de Zénon est effectuée par une série de mesures projectives qui confinent l'état dans un sous espace de l'espace de Hilbert [37] [40]. Par la dynamique Zénon, l'état intriqué  $|W\rangle$  à  $N$  atomes [37] [38] a été produit :

$$|W\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}(|100\dots 0\rangle + \dots + |000\dots 1\rangle)$$

Cet état est composé de  $N - 1$  atomes dans l'état  $|0\rangle$  et un atome dans l'état  $|1\rangle$ .

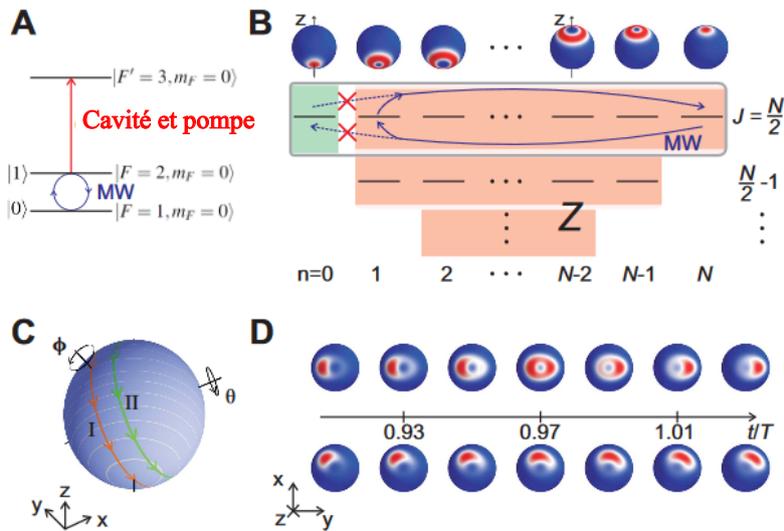


Fig. 1.2 Dynamique de Zénon de  $N$  atomes couplés en cavité. A) Différents niveaux d'énergie du  $^{87}\text{Rb}$  impliqués dans la dynamique Zénon. Une impulsion micro onde effectue des rotations du qubit atomique. B) Espace de Hilbert des états symétriques dans la base de Dicke. C) Excitations micro onde représentées sur la sphère de Bloch. D) Simulation de l'évolution de la distribution de Husimi sur la sphère de Bloch pour les deux trajectoires 1 et 2 de C

Détaillons un peu la procédure qui est très élégante. Prenons l'état initial  $|N_N\rangle$  écrit dans la base de Dicke. Cet état correspond à  $N$  atomes dans l'état  $|1\rangle$  (cf figure I.2) . L'impulsion micro onde est effectuée à la fréquence de Rabi  $\Omega$ . La trajectoire 1 de la figure I.2 effectue le passage de l'état  $|N_N\rangle$  vers l'état  $|0_N\rangle$  sans mesure projective simultanée pendant l'impulsion micro onde. La durée dure alors  $T = \frac{\pi}{\Omega}$  et correspond à une impulsion  $\pi$ .

En revanche si la mesure projective est appliquée pendant la rotation micro onde, l'état final n'atteindra jamais l'état  $|0_N\rangle$  car la dynamique du système est confiné par la mesure projective dans un sous espace symétrique excluant l'état  $|0_N\rangle$ . Le système finit alors dans un état proche de l'état  $|W\rangle$  une fois toutes les opérations effectuées. Une tomographie quantique basée sur la mesure de la distribution de Q Husimi de l'état final confirme l'obtention d'un état  $|W\rangle$  à  $N$  particules.

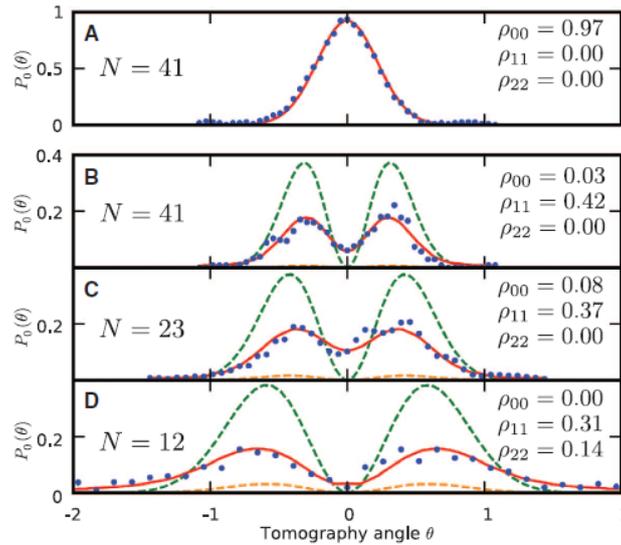


Fig. I.3 Tomographie quantique de l'état  $|W\rangle$  (B,C,D) et l'état  $|0_N\rangle$  (A). La tomographie s'effectue en mesurant de la distribution de Q-Husimi pour différent angle  $\theta$  sur la sphère de Bloch

## I.2 Vers la génération d'atomes uniques piégés en cavité

### I.2.1 Expérience historique

La première génération d'expérience liait cavité et puce atomique (cf figure I.4). La puce atomique est une plateforme puissante pour générer des condensats de Bose Einstein (BEC) dans un système compact. Dans l'expérience historique, le BEC créé sur la puce atomique est transporté dans la cavité optique [41] par un transport magnétique. La cavité permet alors d'augmenter le couplage entre les atomes de  $^{87}\text{Rb}$  et la lumière afin d'entrer dans le régime de couplage fort. De plus la cavité était résonante pour une lumière de couplage à 780 nm et une lumière de piège à 830 nm. Ce qui signifie que la seule possibilité pour obtenir un couplage maximal et homogène du BEC avec le mode de cavité était de piéger le condensat dans le site central de la cavité, seule position où la lumière de couplage et de piège avaient leurs ventres d'intensité superposés (cf figure I.5).

De ces observations, plusieurs limites peuvent être mises en évidence et ont motivé la construction d'une nouvelle génération d'expérience basée sur un microscope de haute ouverture numérique et sur une cavité Fabry-Pérot miniaturisée.

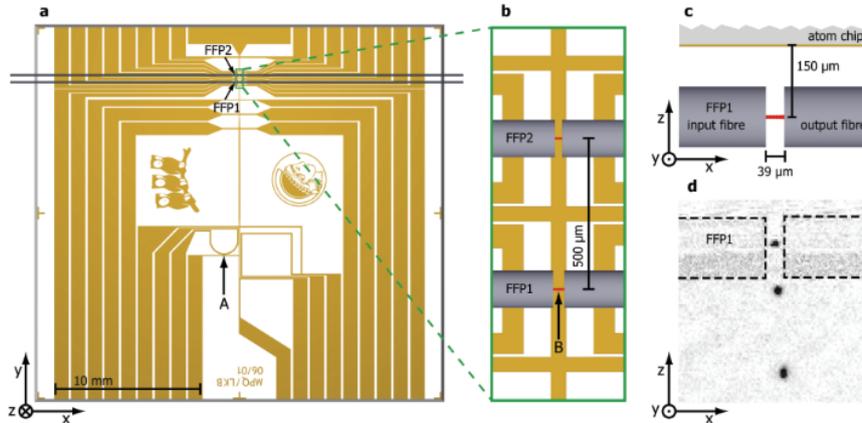


Fig. I.4 a) Représentation de la puce atomique. Le piège magnétique est localisé à la position A dans lequel est créé le BEC. Le nuage ultra froid est ensuite transporté dans la cavité FFP1 (c). Une deuxième cavité FFP2 est présente pour stabiliser la fréquence de la cavité optique FFP1. Fif tirée de [41]

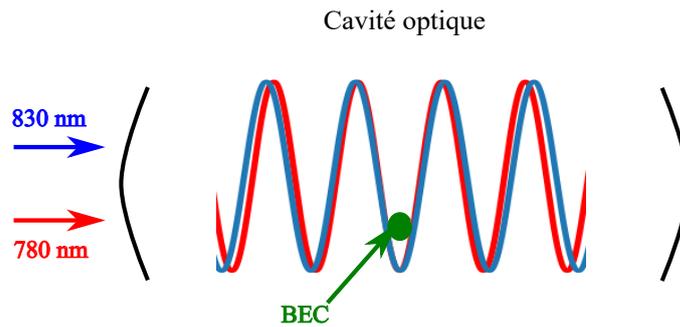


Fig. I.5 Schéma des deux ondes stationnaires à 780 nm et 830 nm. Le BEC est piégé au centre de la cavité à la position où le recouvrement des deux ondes stationnaires est le meilleur

Pour caractériser de manière plus profonde l'intrication et son comportement à l'échelle de l'atome unique, il faut une résolution à l'échelle de l'atome unique. Ce qui n'est pas possible avec l'expérience historique. De plus la puce atomique limite beaucoup l'accès optique. En effet il serait intéressant d'ajouter des faisceaux Raman transverses pour générer de nouvelles configurations de couplage et de nouveaux protocoles d'intrication basés sur les transitions Raman [42] [43] [44]

Enfin, la présence de beaucoup d'atomes sur un même site favorise les pertes assistées par la lumière lorsque le système est sondé par la lumière de couplage à 780 nm résonante avec la ligne  $D_2$  des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ . Ce qui réduit le temps de cohérence du BEC [45] dans la cavité.

C'est pourquoi la nouvelle génération d'expérience s'attache à rendre possible l'analyse à l'échelle de l'atome unique du système tout en gardant un haut degré de contrôle et un couplage collectif homogène le long de toute la chaîne. L'absence de puce atomique libre

plus d'accès optique permettant d'ajouter ultérieurement des faisceaux transverses. De plus, le BEC sera remplacé par à une chaîne d'atomes uniques en couplage fort [46].

### I.2.2 Un registre d'atomes uniques dans une cavité miniaturisée

Motivé par la richesse du domaine de la CQED et encouragé par les différentes possibilités qu'offre le domaine de la CQED, nous proposons un nouveau système surpassant les limitations de la plateforme précédente et idéal pour étudier et caractériser à l'échelle locale l'intrication quantique.

Le nouveau système vise à générer un réseau de  $\sim 100$  atomes neutres de  $^{87}\text{Rb}$  couplés avec le mode d'une cavité optique haute finesse en régime de couplage fort.

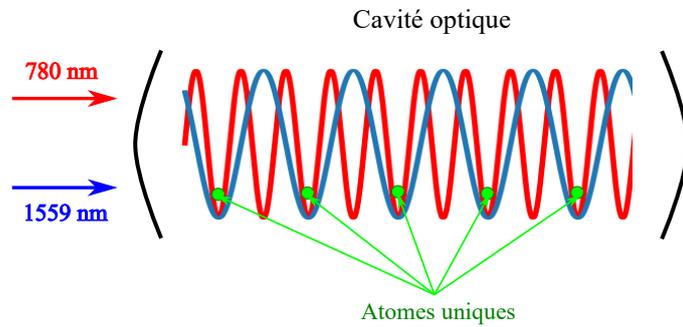


Fig. I.6 Schéma de la nouvelle expérience. A terme, un atome sera piégé dans chaque site du réseau

La lumière de couplage à 780 nm et la lumière du réseau optique à 1559 nm sont commensurées, permettant de piéger les atomes à des positions de couplage maximal et de manière homogène [46] [18] [47]. Un microscope a été intégré afin de détecter et réaliser des opérations locales dans la chaîne d'atomes.

Les interactions collectives longue distance assistées par la cavité en font un système idéal pour tester le concept d'intrication dans des systèmes d'une centaine d'atomes [48] [49].

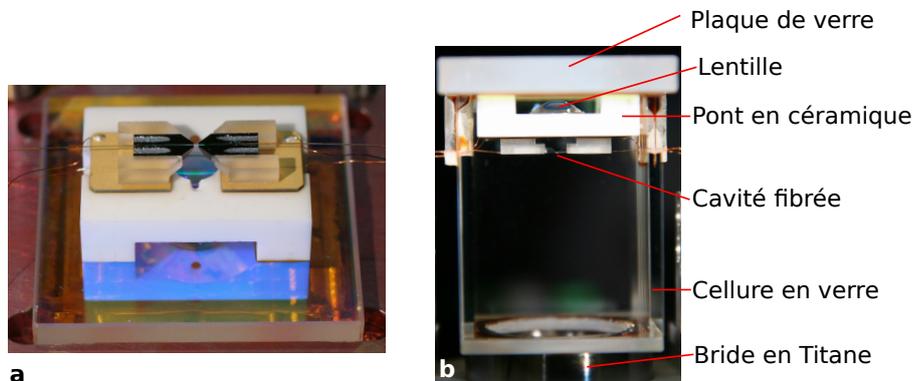


Fig. I.7 a) montage de la cavité sur un pont en céramique. b) Photo de la cavité et du microscope monté dans la cellule en verre

Plus précisément, la cavité a été montée sur un pont en céramique sur lequel a été collée une lentille de haute ouverture numérique ( $NA = 0.5$ ) (cf I.7). Deux éléments piézoélectriques collés sous chaque fibre permettent d'ajuster la longueur de la cavité. L'ensemble cavité-microscope a ensuite été connecté à une cellule de verre collée sur une bride de Titane.

### a) Conception de la cavité optique

Le régime de haute coopérativité passe par la conception de cavité miniaturisée. Leur avantage principal réside en la possibilité de générer des miroirs de haute qualité à l'extrémité des fibres nécessaires pour obtenir de haute valeur de finesse et réduire fortement la taille du volume de mode. Un autre avantage est la possibilité d'ajuster la forme des miroirs et leur phase de réflexion afin de contrôler la forme du champ créé dans la cavité. Ce qui permet d'assurer, dans notre cas, le recouvrement entre les ventres d'intensité de l'onde stationnaire à 1559 nm et à 780 nm.

**Fabrication des miroirs** La conception de la cavité Fabry Péroth repose principalement sur la génération de structure concave à l'extrémité des fibres optiques. Ces structures une fois polies et traitées forment les miroirs de la cavité Fabry-Pérot. La fabrication est basée sur l'utilisation d'un laser  $CO_2$  de longueur d'onde 10.6  $\mu\text{m}$  et de haute puissance. La focalisation du laser haute puissance sur la surface des fibres provoque une ablation de la silice des fibres. Une technique multi-tir a été mise en place [50] [51] pour créer des structures de formes arbitraires. Ce qui génère des miroirs de rayon de courbure contrôlable. Une fois la série de tirs effectués, une profilométrie de la structure est faite afin de déduire les caractéristiques des formes produites : rayons de courbure etc... (I.8)

Cette plateforme de conception des miroirs offre un très bon contrôle sur les structures produites. Elle permet également un ajustement de la biréfringence géométrique de la cavité [52]. La biréfringence d'une cavité apparaît lorsqu'il y a présence de deux rayons de courbure le long de l'axe principal du miroir. Lorsqu'elle est mal ajustée, elle est à l'origine de deux modes de polarisation non dégénérés dans la cavité (pour plus de détails consulter [53]).

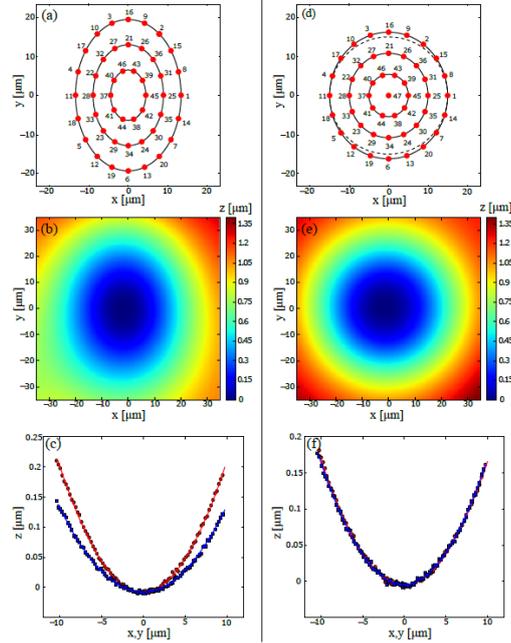


Fig. I.8 (a) et (d) exemple de modèle de tirs générant une structure elliptique ou circulaire. (c) et (e) profilométrie des structures créées. Pour (c) le rayon de courbure selon  $x$  vaut  $355 \mu\text{m}$  et selon  $y$   $236 \mu\text{m}$ . Pour (e) le rayon de courbure selon  $x$  vaut  $294 \mu\text{m}$  et selon  $y$   $289 \mu\text{m}$ . Figure tirée de la thèse de S.Garcia

**Choix du type de fibre** Une étude assez détaillée [46] a été faite pour le choix des fibres de la cavité optique. La décision s'est portée sur une fibre Cristal photonique(PC) et une fibre multimode. L'avantage de la fibre PC est de propager un mode unique de champ sur une bande passante très grande (largement suffisante pour propager pour nos deux champs à  $780 \text{ nm}$  et  $1559 \text{ nm}$ ). Cette fibre n'est pas à maintien de polarisation. Ce qui nécessitera un réglage ultérieur de la polarisation des deux champs dans la cavité. La fibre multimode quant à elle permet de collecter 100% de la lumière provenant de la cavité optique.

**Régime de couplage fort** L'un des intérêts des cavités optiques pour l'électrodynamique quantique en cavité est la création d'interactions atome lumière suffisamment grandes pour entrer dans le régime de fort couplage [54]. Dans ce régime, le couplage entre les atomes et le mode de cavité  $g$  est plus grand que le taux de relaxation atomique  $\gamma = \frac{\Gamma}{2}$  et le taux de décroissance du champ de cavité  $\kappa$ . Le régime de couplage fort dans la cavité passe donc par la réduction du col du mode de cavité tout en préservant la stabilité de la cavité [55]. Le volume de mode étant proportionnel à  $w_0$ , il faut diminuer le col du faisceau. L'approche suivie dans [46] est de réduire simultanément  $L$  et  $R$  comme indiqué en Annexe 2.

Cette approche requiert la fabrication de cavité miniaturisée avec des miroirs de haute qualité. D'où l'intérêt d'utiliser des cavités fibrées où il est possible de générer de miroirs de faible courbure à l'extrémité d'une fibre optique. Les deux miroirs générés sont ensuite

placés suffisamment proches l'un de l'autre pour obtenir un petit volume de mode.

### b) Réseau optique et mode de cavité commensurés

Comme nous l'avons dit précédemment, le but de l'expérience est de réaliser une chaîne d'atomes couplés de manière homogène avec le mode de cavité à la longueur d'onde  $\lambda_{780} = 780$  nm. En choisissant un laser dipolaire suffisamment décalé vers le rouge, un potentiel périodique est généré dans la cavité où les atomes sont piégés dans les zones de haute intensité du laser piégeant. Pour un couplage homogène de l'ensemble des atomes avec le mode de cavité, il faut s'assurer que la lumière du réseau optique à la longueur d'onde  $\lambda_d$  et la lumière de couplage à 780 nm soient commensurables.

**Cavité optique doublement résonante** Pour atteindre ce régime de recouvrement, il faut contraindre la valeur du laser du réseau optique dont la longueur d'onde doit vérifier  $\lambda_d = \lambda_{1560} = 2\lambda_{780}$ . Ajoutons également que la longueur d'onde du laser dipolaire n'est pas exactement le double de la lumière à 780 nm. En effet considérons une cavité Fabry-Pérot de longueur  $L$  composée de deux miroirs identiques de rayon de courbure  $R$ . Le recouvrement entre les sites de piégeage et les maxima du champ de couplage dépend de la phase de Gouy. La phase du champ se propageant dans la cavité est donnée par :

$$\phi(z) = \frac{2\pi}{\lambda} - \Psi(z)$$

où  $\Psi(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)$  est la phase de Gouy et  $z_R$  la distance de Rayleigh et  $z$  la position le long de l'axe de la cavité. Si on écrit  $\phi(z) = \frac{2\pi}{\lambda_{eff}(z)}z$ , on a :

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{\lambda_{eff}(z)}z &= \frac{2\pi}{\lambda}z - \Psi(z) \\ \frac{2\pi}{\lambda_{eff}(z)} &= \frac{2\pi}{\lambda} - \frac{\Psi(z)}{z} \end{aligned}$$

La condition  $\lambda_{eff,1560}(z) = 2\lambda_{eff,780}(z)$  n'est pas remplie pour tous les  $z$  car la phase de Gouy est indépendante de la longueur d'onde. On a alors pour des  $z$  faibles après développement limité de la phase de Gouy autour des faibles  $z$  :

$$\begin{aligned} \lambda_{eff,1560} &= \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{1560}} - \frac{1}{2\pi z_R}} \\ \lambda_{eff,780} &= \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{780}} - \frac{1}{2\pi z_R}} \end{aligned}$$

Considérant la condition  $\lambda_{eff,1560}(z) = 2\lambda_{eff,780}(z)$ , on obtient :

$$\lambda_{1560} = \frac{2\lambda_{780}}{1 + \frac{2\lambda_{780}}{2\pi z_R}} \quad (\text{I.3})$$

Dans le cas de la cavité montée dans [46]  $L = 145$   $\mu\text{m}$  et  $R \sim 315$   $\mu\text{m}$ , on déduit alors  $\lambda_{1560} = 1558.5$  nm.

Ceci est une correction d'ordre 1 de la phase de Gouy. Mais cela n'assure pas un recouvrement univoque des deux champs de cavité, notamment le recouvrement des maxima d'intensité pour les deux champs aux deux longueurs d'ondes. Quatre configurations symétriques dans la cavité sont alors possibles (cf figure I.9)

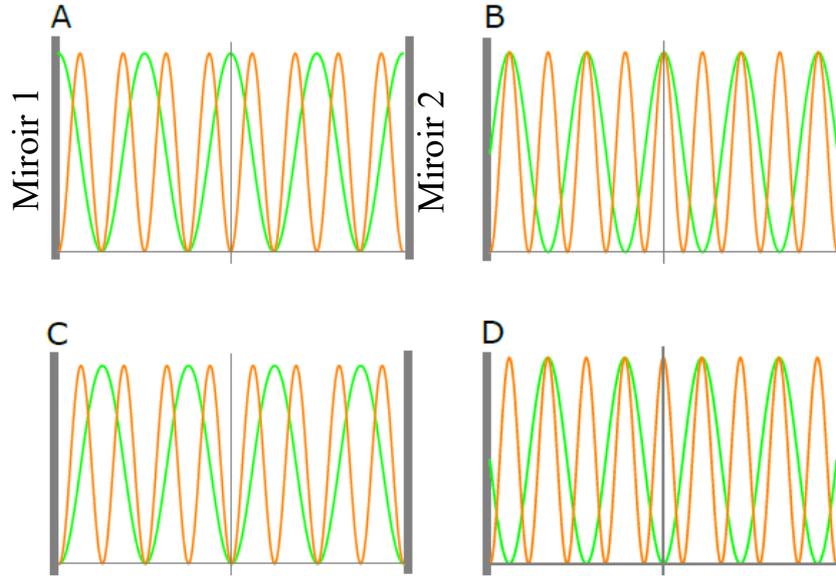


Fig. I.9 Schéma des quatre possibilités de configuration des champs dans la cavité. Sont représentés les potentiels des deux champs dans la cavité. Fig tirée de la thèse de F.Ferri. en A, les ventres d'intensité maximale des deux champs ne sont pas superposés au centre, ce qui implique que la cavité n'est pas symétrique. En B, les nœuds de chaque champ sont superposés. En C, les ventres d'intensités sont superposés et la cavité est symétrique. En D, les nœuds sont superposés avec un ventre d'intensité de lumière piégeante au centre. La cavité n'est pas symétrique.

Celle qui nous intéresse est la situation C et correspond à un recouvrement au centre de la cavité des deux ventres d'intensité des deux champs et à une cavité symétrique. Il nous faut alors ajuster la phase relative entre ces deux champs dans la cavité (figure I.9). En effet la condition de résonance sur les fréquences propres dans la cavité pour les deux champs aux longueurs d'onde  $\lambda_1 = \lambda_{780}$  et  $\lambda_2 = \lambda_{1560}$  est fixée par le calcul de la phase de chaque champ accumulée après un aller-retour dans la cavité :

$$2L \frac{2\pi}{\lambda_1} - 2\Phi_1 - 4\Psi(L) = 2\pi q_1$$

$$2L \frac{2\pi}{\lambda_2} - 2\Phi_2 - 4\Psi(L) = 2\pi q_2$$

$\Phi_i$  est la phase due à la réflexion sur le miroir pour chaque longueur d'onde. En injectant l'équation (I.3) dans (I.5), on obtient la différence de phase entre les deux champs dans

la cavité :

$$\delta\psi = \Phi_2 - \frac{\Phi_1 - 1}{2} = \pi\left(\frac{q_1}{2} - q_2\right) - \left(\Psi(L) - \frac{L}{2z_R}\right) \quad (\text{I.4})$$

En supposant un miroir 1 parfait, on a  $\Phi_1 = \pi$ . Pour la démonstration et suivant [53], on fait tendre  $z_R$  vers l'infini pour se ramener au cas d'une cavité plan. Ce qui nous permet de ne pas considérer le dernier terme dans l'explication. Il est facile de voir que pour le champ à  $\lambda_1$ , pour obtenir un ventre d'intensité au centre de cavité il faut que  $q_1$  soit pair. Un nœud correspond alors à  $q_1$  impair. On peut alors réécrire la condition I.5 en posant  $q_1 = 2k$ ,  $k$  étant un entier :

$$\begin{aligned} \delta\psi &= \Phi_2 - \frac{\Phi_1 - 1}{2} = \pi(k - q_2) - \left(\Psi(L) - \frac{L}{2z_R}\right) \\ \delta\psi &= \Phi_2 - \frac{\Phi_1 - 1}{2} = n\pi - \left(\Psi(L) - \frac{L}{2z_R}\right) \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

Si la différence de phase  $\delta\psi$  vérifie cette condition alors les deux champs ont un recouvrement de leurs différents ventres d'intensité.

Les faces des miroirs ont donc reçu un dépôt de couches diélectriques afin d'optimiser cette phase [46].

La force de ce type de cavité est de générer de forts couplages longue distance ayant des applications en métrologie quantique et information quantique [13] [48] [12]

**Mesure expérimentale du recouvrement entre le champ résonant et le champ piégeant** Plusieurs techniques de caractérisation d'ondes de champ cavité en cavité ont été rapporté. Elles utilisent pour la plupart les effets lumière matière afin de sonder le mode du champ de cavité. Des mesures ont été effectuées à l'aide d'ions jouant le rôle d'objet sondant l'état du champ dans la cavité [56]. Mais on peut citer également la caractérisation d'un réseau optique à 1559 nm dans une cavité optique utilisant des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  comme détecteur de l'intensité locale de 1559 nm dans la cavité [57]. Mais ces deux exemples demandent des atomes en cavité. La technique que l'on repose sur l'emploi d'une pointe "snom". Ce qui réduit le degré de complexité du système comparé à ceux cités précédemment.

Le recouvrement a été mesuré expérimentalement afin de s'assurer de la bonne configuration de phase des deux champs [58] avant la mise en place de la cavité dans la cellule. Le principe repose sur l'emploi d'une fine pointe "snom" dont le diamètre à l'extrémité est de l'ordre du nm. Cette fibre est alors insérée transversalement au mode de cavité et perturbe l'état du champ de cavité en générant des pertes. Lorsque la pointe "snom" se situe dans un nœud d'intensité d'un des champs, elle n'induit pas de pertes car le champ à cette position est nul. En revanche dès qu'elle se situe à un ventre d'intensité, le taux de pertes est plus grand et mesurable en transmission de la cavité I.10

Une autre confirmation de cette mesure a été effectuée à l'aide d'une nano-membrane (50 nm de diamètre) dans une cavité optique dans le groupe en 2016. En analysant l'effet dispersif de la membrane sur la longueur de cavité, on reconstruit la forme des deux ondes stationnaires dans la cavité.

On résume dans le tableau suivant l'ensemble des caractéristiques de la cavité.

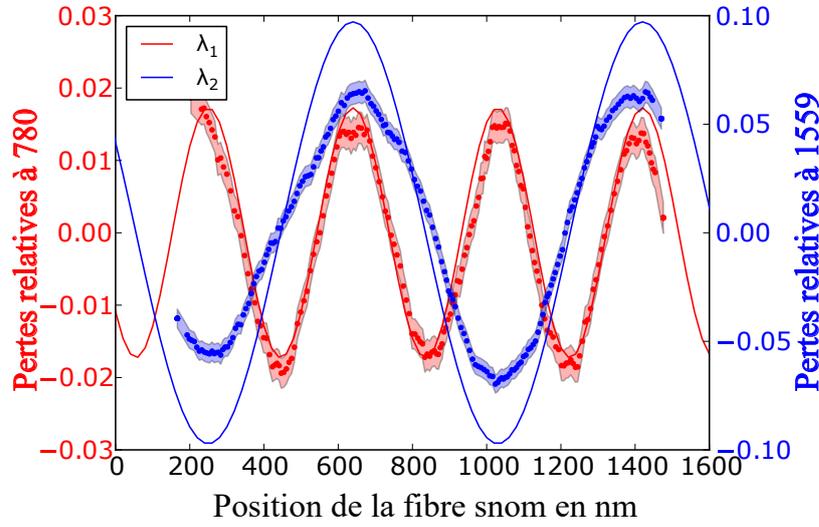


Fig. I.10 *Résultat du balayage spatial de la fibre "snom" le long de l'axe de la cavité. On observe un recouvrement entre les deux champs dipolaire et résonant de la cavité. figure tirée de la thèse de F.Ferri*

Paramètre de cavité	780 nm	1559 nm
Type de fibre	Country Listtype de fibre NKT-LMA-10(PCF) et IVG Cu50 (MMF)	
Longueur $L$ ( $\mu\text{m}$ )	135	
rayon de courbure PCF ( $\mu\text{m}$ )	$R_x = 308, R_y = 297$	$R_x = 314, R_y = 327$
rayon de courbure MMF ( $\mu\text{m}$ )	$R_x = 317, R_y = 312$	$R_x = 333, R_y = 329$
col du faisceau $\omega_0$ ( $\mu\text{m}$ )	5.6	8.1
ISL	1.1 THz	
HWHM ( MHz)	14.6 MHz	19.1 MHz
Finesse $\mathcal{F}$	38000	29000
pertes de revêtement $\mathcal{T} + \mathcal{L}$ ( ppm)	70	34
Transmission du revêtement $\mathcal{T}$ ( ppm)	35	27
Pertes de coupure $\mathcal{L}_1$ ( ppm)	13	74
déphase sur le miroir (degrés)	175.2	
$T_{cav}(\omega = \omega_0)$	3.1%	2.1%
$R_{cav}(\omega = \omega_0)$	2.5%	1.6%
couplage $g_{max}$ ( MHz)	$2\pi \times 76$	
HWHM $\kappa$ de la cavité ( MHz)	$2\pi \times 14.6$	
Coopérativité $C_{max}$	64	

TABLE I.1 – Paramètres généraux de la cavité

### c) Microscope à atomes et adressage à l'échelle de l'atome unique

La cavité a été conçue pour piéger une centaine d'atomes uniques dans un réseau optique 1D. Cet ensemble est alors en régime de couplage fort en vertu des sections précédentes et de l'ajustement du recouvrement des champs résonant et piégeant.

De nombreux efforts ont été réalisés dans le contrôle et le réarrangement de systèmes atomiques à l'échelle de l'atome unique [59], offrant de nouvelles méthodes dans l'analyse

des corrélations entre atomes [60].

Dans la continuité de ces avancées, notre système a été enrichi d'un microscope haute résolution très utilisé dans le domaine des gaz quantiques [60] où il a permis la mesure de corrélations atome-atome dans un réseau optique  $2D$ . Il permet une imagerie de la chaîne d'atomes et un adressage à l'échelle de l'atome unique. On entend par adressage la possibilité de rendre résonant ou non un atome avec le mode de champ résonant en contrôlant son déplacement lumineux. On peut alors décider si il participe à la dynamique générale du système.

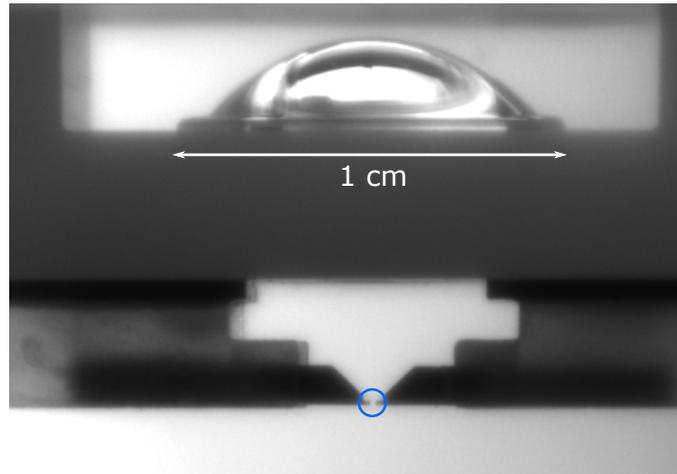


Fig. I.11 Photo de l'ensemble cavité microscope. La cavité a été marquée d'un cercle bleu

Le microscope a une résolution à l'échelle du site unique et un champ de vision couvrant une centaine de sites. La lentille asphérique<sup>1</sup> possède une ouverture numérique de 0.5 et une distance focale de 8 mm et a été montée au dessus de la cavité fibrée (cf figure I.7). Sa position n'est pas ajustable. Elle a été positionnée à 5.7 mm du centre de la cavité pour éviter les aberrations sphériques lors de la détection d'une image à l'infini [46]. Des algorithmes de dé-convolution d'image permettent une meilleure efficacité du taux de détection des atomes dans la cavité en considérant la fonction d'étalement du point qui caractérise la réponse du système optique à une source ponctuelle. La lentille étant légèrement déréglée, elle génère une image légèrement divergente, une image virtuelle qu'il est possible d'observer en ajoutant une deuxième lentille ajustant le grandissement de l'image sur une camera SCMOS.

La chaîne d'atomes sera détectée sur une caméra SCMOS<sup>2</sup> bas bruit. La résolution du microscope a été testée à l'aide de la même fibre "snom" utilisée en tant que source ponctuelle (pour plus de détails expérimental [46]) :

Cette pointe "snom" est considérée comme une source ponctuelle et a permis de simuler l'émission d'un atome piégé dans la cavité. La limite de diffraction du microscope est donnée par la taille de la tâche d'Airy de demi largeur à mi hauteur  $0.4 \mu\text{m}$ , suffisante pour détecter la présence d'atomes uniques dans le réseau optique à  $1559 \text{ nm}$ .

1. Modèle 352240 de LightPath Technologies

2. Andor Zyla 4.2

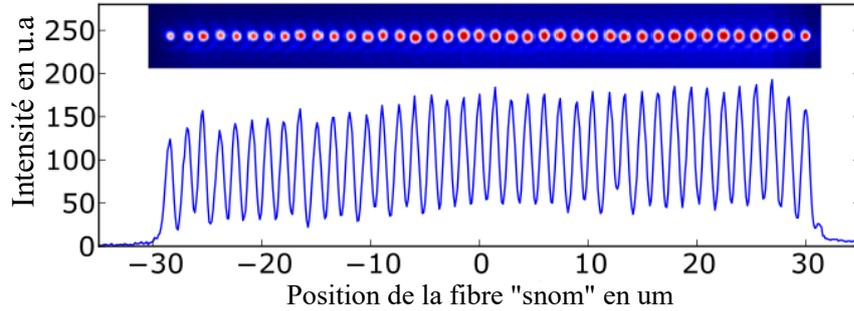


Fig. I.12 Profil d'intensité d'une chaîne d'atomes simulés à l'aide d'une pointe snom déplacée le long de la cavité par pas de  $1.5 \mu\text{m}$ . Entre chaque mesure, aucun réajustement du microscope a été effectué, confirmant sa stabilité mécanique

Comme il a été annoncé, l'utilisation du microscope peut être étendue à un adressage des atomes site par site. En focalisant des micro gaussiennes dont la fréquence est décalée vers le rouge par rapport à la transition  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ , on obtient un moyen de contrôler l'état quantique à l'échelle de l'atome unique. Le principe reposera sur un AOD. Cet AOD aura un intérêt double : générer la chaîne d'atomes  $1D$  dans le réseau de la cavité et effectuer des opérations locales sur chaque atome C'est un outil très utilisé pour générer des réseaux d'atomes  $2D$  dans lesquels on simule certains modèles de la physique du solide [61] [59]

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit le formalisme général de l'électrodynamique quantique en cavité. Puis nous avons décrit les grandes lignes de la nouvelle plateforme associant cavité optique miniaturisée et microscope de haute résolution. Les paramètres de la cavité permettent de se placer dans le régime de couplage fort qui est requis pour de nombreux schémas d'intrication.

Pour être plus quantitatif, l'électrodynamique offre beaucoup de d'applications potentielles en métrologie quantique pour la compression de Spin [14] [62] [63], en information

quantique dans la génération d'états intriqués [38][48] et de portes quantiques [13] et de mémoires quantiques [64] [65], en optomécanique quantique [66] [67] où elle génère des couplages entre la lumière et des objets macroscopiques pour des applications dans des détecteurs de plus en plus sensibles [66] et en simulation quantique de modèle  $1D$  [68] [10] [69].

Mais une application particulièrement intéressante est ce qu'on appelle la protection par la cavité [24][23] contre des effets d'inhomogénéités. Ce concept sera l'objet de la partie suivante.

## Chapitre II

# Ensemble atomique inhomogène en couplage fort dans une cavité optique

La préservation des corrélations quantiques d'un état intriqué est un élément clé pour des applications en information quantique et communication quantique. Cette protection des cohérences quantiques ont été démontrées dans le domaine de la physique du solide pour de larges ensembles d'émetteurs [70] [24]. Pour comprendre et formaliser l'effet de ces inhomogénéités afin de mieux s'en affranchir, nous détaillerons dans ce chapitre le modèle de  $N$  atomes couplés avec un mode de cavité en présence d'inhomogénéités de fréquence et de couplage. Nous commencerons par décrire simplement les dans le cas de deux atomes. Puis nous présenterons le modèle général d'un ensemble d'émetteurs inhomogènes en cavité . Nous finirons par une discussion de la protection dans le régime discret du nombre d'atomes.

Poème mystique :

O toi qui as fait éclore au fond de mon coeur  
Cette rose nourrissant mon plus grand bonheur  
O toi qui a tant lutté pour ton existence  
Sache que tu es la source de mon essence

M'enveloppant toute parfumée de jasmin  
C'est dans tes bras que je dissipe mes chagrins  
Nul besoin de quérir le musc du Turkestan  
Pour que l'on sente ta présence à chaque instant

Tu m'as libéré de cette cage invisible  
Pour que j'accède aux joies de ce monde sensible  
Les larmes d'amour qui coulent de tes yeux  
ont abreuvé l'Oiseau qui nous lie toute deux

Pourquoi étudier le long Canon d'Avicenne

Quand je trouve en toi cet élixir endogène  
Pourquoi contempler ce cosmos silencieux  
quand je le perçois sur tes traits harmonieux

## II.1 Vers le couplage de N atomes en présence d'inhomogénéités

Dans cette section nous introduisons pas à pas les inhomogénéités de force de couplage et de fréquence atomique. Le système passe alors d'un état homogène à un état inhomogène décrit par un ensemble de fréquences atomiques  $\omega_i$  et de forces de couplage  $g_i$ .

### II.1.1 Deux atomes couplés avec le mode de cavité en présence d'inhomogénéités de couplage

Considérons le cas de deux atomes de même fréquence atomique couplés avec le mode de cavité  $\hat{a}$  avec des forces de couplage  $g_1$  et  $g_2$ .

Le problème est soluble dans un sous espace formé par les vecteurs  $|f,f,1\rangle$ ,  $|e,f,0\rangle$  et  $|f,e,0\rangle$ . Exprimons le hamiltonien de Tavis Cummings sous forme matricielle, dans l'approximation de l'onde tournante dans la base citée précédemment et dans la limite des faibles excitations en présence de termes de relaxation :

$$H = \begin{pmatrix} \omega_c + i\kappa & g_1 & g_2 \\ g_1 & \omega_a + i\gamma & 0 \\ g_2 & 0 & \omega_a + i\gamma \end{pmatrix}$$

On déduit alors les énergies propres et vecteurs propres :

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{2} \left( i(\kappa + \gamma) + \omega_a + \omega_c + \sqrt{\Delta_{ca}^2 + 4g_1^2 + 4g_2^2 - (\kappa - \gamma)^2 + 2i\Delta_{ca}(\gamma - \kappa)} \right) \\ E_2 &= \frac{1}{2} \left( i(\kappa + \gamma) + \omega_a + \omega_c - \sqrt{\Delta_{ca}^2 + 4g_1^2 + 4g_2^2 - (\kappa - \gamma)^2 + 2i\Delta_{ca}(\gamma - \kappa)} \right) \\ E_0 &= \omega_a + i\gamma \\ |\psi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{\langle \psi_2 | \psi_2 \rangle}} \left( \frac{-1}{2g_2} \left( -\Delta_{ca} + i(\gamma + \kappa) - \sqrt{4g_1^2 + 4g_2^2 - (\kappa - \gamma)^2 + \Delta_{ac}^2 - 2i\Delta_{ca}(-\kappa + \gamma)} \right) |f,f,1\rangle + \frac{g_1}{g_2} |e,f,0\rangle + |f,e,0\rangle \right) \\ |\psi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{\langle \psi_1 | \psi_1 \rangle}} \left( \frac{-1}{2g_2} \left( -\Delta_{ca} + i(\gamma + \kappa) + \sqrt{4g_1^2 + 4g_2^2 - (\kappa - \gamma)^2 + \Delta_{ac}^2 - 2i\Delta_{ca}(-\kappa + \gamma)} \right) |f,f,1\rangle + \frac{g_1}{g_2} |e,f,0\rangle + |f,e,0\rangle \right) \\ |\psi_0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \left( -g_2 |f,e,0\rangle + g_1 |e,f,0\rangle \right) \end{aligned}$$

On remarque que les deux modes propres  $|\psi_1\rangle$  et  $|\psi_2\rangle$  contiennent une composante photonique proportionnelle à  $|f,f,1\rangle$  dans leurs décompositions. Seul  $|\psi_0\rangle$  n'en possède pas. Le mode propre  $|\psi_0\rangle$  est alors appelé état noir car sa structure vectorielle ne contient pas le vecteur de base  $|f,f,1\rangle$ .  $|\psi_1\rangle$  et  $|\psi_2\rangle$  sont appelés modes brillants ou polaritons brillants [27] et sont quant à eux mesurables par la transmission de la cavité. De plus, la projection de ces états noirs sur la vecteur photonique  $|f,f,1\rangle$  est strictement nulle. Ce qui ne sera plus cas des que les inhomogénéités de fréquences atomiques seront prises en compte.

### II.1.2 Deux atomes couplés avec le mode de cavité en présence d'inhomogénéités de couplage et de fréquences atomiques

Ajoutons maintenant des inhomogénéités de fréquences atomiques. L'atome 1 possède la fréquence atomique  $\omega_1$  et l'atome 2 la fréquence atomique  $\omega_2$ . On introduit également des pertes sous forme de parties imaginaires liées au temps de vie du photon dans la cavité  $\frac{1}{\kappa}$  et à la relaxation atomique  $\gamma$ . Le hamiltonien prend la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \omega_c + i\kappa & g_1 & g_2 \\ g_1 & \omega_1 + i\gamma & 0 \\ g_2 & 0 & \omega_2 + i\gamma \end{pmatrix}$$

La diagonalisation (cf figure II.1) de ce hamiltonien révèle l'existence de deux modes brillants et d'un mode noir comme dans le cas précédent mais avec certaines subtilités supplémentaires.

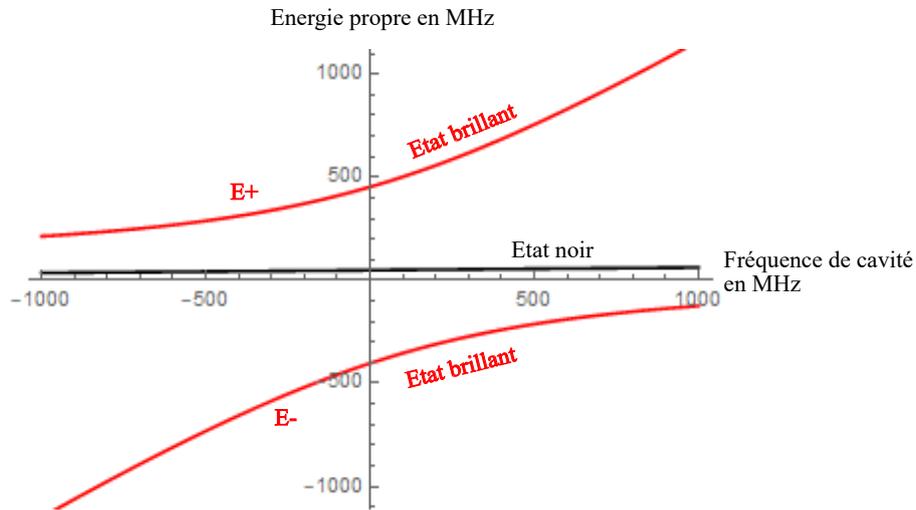


Fig. II.1 Diagramme des énergies propres du hamiltonien à deux atomes inhomogènes. On observe la présence de deux modes brillants et d'un mode noir au centre. Paramètres utilisés :  $\omega_1 - \omega_2 = 100$  MHz,  $g_1 = 300$  MHz,  $g_2 = 250$  MHz

La différence majeure avec le cas (II.1.2) est la présence d'inhomogénéités de fréquence atomique qui crée des couplages entre les états appelés noirs et les modes brillants quand le couplage collectif  $\Omega = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}$  devient faible. Une façon de l'observer est de tracer la projection au carré  $|\langle ff,1|\psi_0\rangle|^2$  de cet état noir sur le vecteur  $|ff,1\rangle$  (cf II.2 )

## II.1. VERS LE COUPLAGE DE $N$ ATOMES EN PRÉSENCE D'INHOMOGENÉITÉS 31

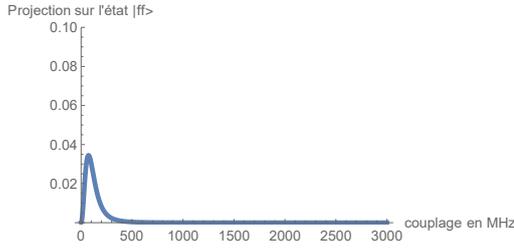


Fig. II.2 Projection de l'état noir sur le vecteur  $|ff,1\rangle$  en fonction du couplage collectif. Plus le couplage diminue, plus sa composante photonique augmente, le couplant avec le mode de cavité. Quand le couplage augmente, sa contribution photonique tend vers 0.

Paramètres utilisés :  $g_2 = 100$  MHz,  $\omega_1 - \omega_2 = 50$  MHz,  $\omega_c - \omega_1 = 0$

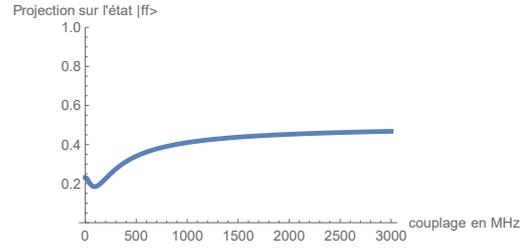


Fig. II.3 Projection d'un des états brillants sur le vecteur  $|ff,1\rangle$  en fonction du couplage collectif. On remarque que cet état devient affecté par la présence d'autres états se couplant au mode de cavité lorsque le couplage collectif diminue.

Plus le couplage collectif est grand, plus ces états deviennent noirs et ne se couplent plus au mode photonique de la cavité. Dès que le couplage collectif devient de l'ordre de grandeur de  $\omega_1 - \omega_2$ , ces états qui étaient noirs dans le cas à fort couplage, se couplent petit à petit au mode de cavité, les rendant alors brillants.

Le nombre d'états noirs dépend du nombre d'atomes  $N$  dans le système. Pour deux atomes, il n'en existe qu'un seul. Traçons les énergies propres dans le cas de 4 atomes (cf figure II.4)

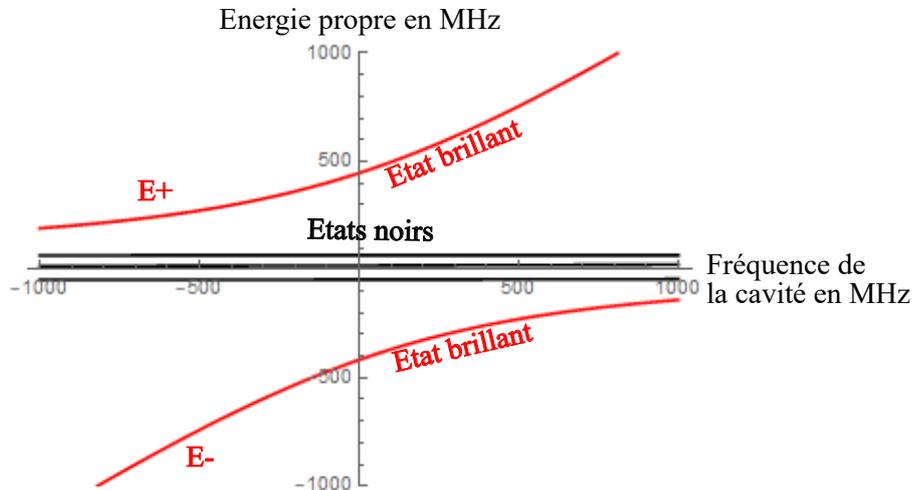


Fig. II.4 Diagramme des énergies propres du hamiltonien à quatre atomes inhomogènes. On observe la présence de deux modes brillants et 3 modes noirs au centre. Paramètres utilisés :  $\omega_1 - \omega_2 = 50$  MHz,  $\omega_1 - \omega_3 = -50$  MHz,  $\omega_1 - \omega_4 = 70$  MHz,  $g_1 = 250$  MHz,  $g_2 = 300$  MHz,  $g_3 = 100$  MHz,  $g_4 = 150$  MHz

Pour quatre atomes, il en existe trois. En généralisant au cas à  $N$  atomes, il existe donc  $N - 1$  états noirs non couplés au mode photonique dans le cas du couplage fort.

De plus, comme on le remarque sur la figure II.4, la position en énergie de ces diffé-

rentes états noirs est donnée par la valeur de leur fréquence atomique  $\omega_i$ . Pour étudier ces deux comportements à fort et faible couplage collectif, il est pertinent de comparer la valeur du couplage collectif à l'étendue fréquentielle de la distribution de fréquences atomiques  $\omega_i$ , que l'on note  $\Delta\omega$

Pour tenir compte des effets de cette distribution sur les modes propres, il convient de formaliser quantitativement le comportement d'un système de  $N$  atomes inhomogènes. C'est le propos de la prochaine section.

## II.2 Cas général d'un ensemble inhomogène d'émetteurs dans une cavité optique

Un degré supplémentaire de complexité est ajouté au modèle de Tavis Cummings en considérant des systèmes inhomogènes couplés avec un mode de cavité. Généralement, l'élargissement du spectre atomique (par effet Doppler par exemple) est petit comparé au couplage collectif dans des systèmes cavité-atomes froids. Ce qui signifie que l'ensemble peut être traité de manière homogène. Mais dans d'autres systèmes comme ceux de la physique du solide [24], la largeur de la distribution est souvent beaucoup plus large que le couplage collectif, modifiant fortement le comportement du système. C'est pourquoi dans cette section, on présente le formalisme général de traitement de systèmes inhomogènes en cavité.

### II.2.1 Extension à ensemble inhomogène

On peut introduire en quelques mots l'effet d'une généralisation à  $N$  atomes du système de la section précédente. On se place dans le cas de  $N$  atomes de fréquences atomiques différentes et de forces de couplage différentes  $g_i$ . Le hamiltonien prend la forme dans le régime des faibles excitations :

$$\begin{pmatrix} \omega_c + i\kappa & g_1 & g_2 & \dots & \dots & g_N \\ g_1 & \omega_1 + i\gamma & 0 & \dots & 0 & \\ g_2 & 0 & \omega_2 + i\gamma & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ g_N & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_N + i\gamma \end{pmatrix}$$

Dans le cas d'un couplage collectif grand devant la largeur de la distribution de fréquences atomiques  $\Delta\omega$  II.5, on peut déduire l'expression des deux vecteurs propres brillant de ce hamiltonien [71] qui sont donnés, dans la cas résonant ( $\Delta_{ac} = 0$ ) par :

$$|\psi_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |f..ff,1\rangle \pm \sum_i \frac{g_i}{\sqrt{\sum_j g_j^2}} |f...e..f,0\rangle \right)$$

avec  $\Omega = \sqrt{\sum_j g_j^2}$ . Les valeurs propres sont donnés par :

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} \left( i(\kappa + \gamma)\omega_a + \omega_c \pm \sqrt{\Delta_{ca}^2 + 4\Omega^2 - (\kappa - \gamma)^2 + 2i\Delta_{ca}(\gamma - \kappa)} \right)$$

$$E_{D,i} = \omega_a + i\gamma$$

$Re(E_{\pm})$  sont les énergies propres des deux états brillants et  $Re(E_{D,i})$  celle des  $N - 1$  états noirs. On peut également donner une forme générale des vecteurs propres noirs :

$$|D_i\rangle = \sum_i c_i \frac{g_i}{\sqrt{\sum_j g_j^2}} |f \dots e \dots f, 0\rangle$$

où  $c_i$  est un coefficient n'ayant aucune relation de phase avec les autres  $c_{i \neq j}$

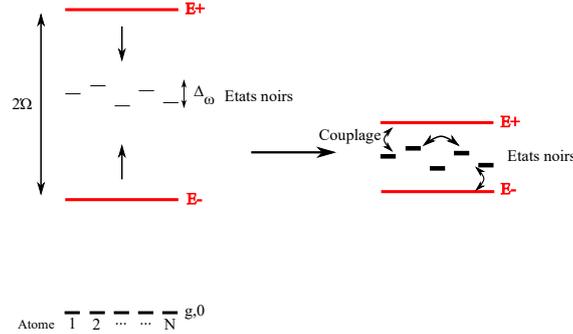


Fig. II.5 *Diagramme d'énergie du système de  $N$  atomes couplés en présence d'inhomogénéités. On observe deux modes brillants  $E_{\pm}$  et  $N - 1$  états noirs. Lorsque le couplage collectif diminue, des couplages se produisent entre la distribution d'états noirs et les modes photoniques*

Pour tenir compte des effets de cette distribution sur les modes propres, il convient de formaliser quantitativement le comportement d'un système de  $N$  atomes inhomogènes. C'est le propos de la prochaine section.

## II.2.2 Description d'un ensemble inhomogène d'émetteurs

Le formalisme général pour traiter un système ouvert de  $N$  atomes couplés avec un mode de cavité en présence d'inhomogénéité est l'équation pilote en système ouvert. L'équation d'évolution de la matrice densité permet de déduire les valeurs moyennes de toutes les observables du système, variances et corrélations en présence de pertes. Mais sa résolution peut parfois être lourde. Une méthode alternative est le formalisme de Langevin quantique [72]. Dans ce formalisme l'évolution d'un opérateur  $A$  est donné par :

$$\frac{d}{dt}A(t) = \frac{i}{\hbar} [H, A] - \frac{\gamma_i + \kappa}{2} A(t) + \sqrt{\kappa} c_{in}(t) \quad (\text{II.1})$$

où  $A$  est un opérateur bosonique du système,  $H$  le hamiltonien du système,  $\gamma_i$  le taux de relaxation intrinsèque du mode bosonique,  $\kappa$  le taux de couplage de l'opérateur  $A$  avec l'environnement et  $c_{in}$  un opérateur source. Pour un opérateur atomique, on ne considèrera que le terme de relaxation qui lui est propre  $\gamma_i$ . Pour un mode photonique, on considèrera à l'inverse le terme de couplage  $\kappa$  avec les modes de l'environnement  $c$ .

Le hamiltonien de Tavis Cummings dans le cas de  $N$  Spins couplés avec le mode de cavité prend la forme de l'équation (II.2). Dans le régime des faibles excitations, on peut associer aux opérateurs atomiques  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  deux opérateurs bosoniques vérifiant les relations de commutations bosoniques et traiter un atome à deux niveaux comme un

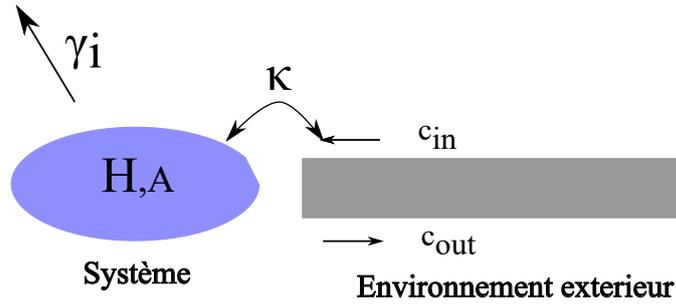
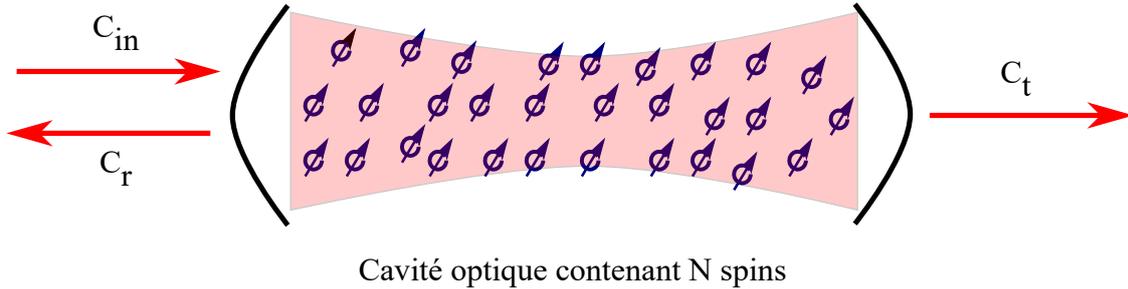


Fig. II.6 Représentation des mécanismes de relaxation dans le formalisme de entrée-sortie définissant les equations de Langevin quantique. Un opérateur bosonique  $A$  possède deux voies de relaxation : une par le couplage avec d'autres modes de l'environnement, une autre qui lui est propre (relaxation atomique par exemple)

oscillateur harmonique. C'est l'approximation de Holstein-Primakoff. Dans cas cas là, on peut poser  $\sigma_+ \rightarrow b^\dagger$  et  $\sigma_- \rightarrow b$

Le hamiltonien du système de  $N$  émetteurs en cavité (cf figure II.7) dans l'approximation de Holstein-Primakoff prend la forme :



Cavité optique contenant  $N$  spins

Fig. II.7 Schéma du système couplé atomes-cavité. La mesure de la transmission de la cavité à travers la quantité  $c_t$  permet de déduire l'état physique du système atome cavité.

$$H_{int} = \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar \sum_i \omega_i b_i^\dagger b_i + i\hbar \sum_i g_i (a^\dagger b_i - b_i^\dagger a) \quad (\text{II.2})$$

où l'opérateur  $a$  est l'opérateur du mode de cavité,  $b_i^\dagger$  l'opérateur bosonique dans l'approximation de Holstein-Primakoff,  $\omega_c$  la fréquence de la cavité et  $\omega_i$  la fréquence de l'atome  $i$ . On note également  $c_{in}$  le champ en entrée de la cavité,  $c_r$  le champ réfléchi et  $c_t$  le champ transmis dans le formalisme de Langevin quantique. D'après l'équation (II.1), on calcule l'équation d'évolution temporelle du mode de cavité  $a$  associé à un taux de relaxation du champ  $\kappa$  et l'équation d'évolution pour le mode bosonique atomique au taux de relaxation atomique  $\gamma$ . Dans ce formalisme et dans l'approximation de l'onde

tournante à la fréquence  $\omega$  [73], on obtient :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}a &= -\left(\frac{\kappa}{2} + i(\omega_0 - \omega)\right)a - \sqrt{\frac{\kappa}{2}}c_{in} + \sum_k g_k b_k + f_a(t) \\ \frac{d}{dt}b_j &= -\left(\frac{\gamma}{2} + i(\omega_j - \omega)\right)b_j - g_j a + f_k(t)\end{aligned}$$

avec  $\kappa$  le taux de décroissance du mode du champ de la cavité,  $\gamma$  le taux de relaxation atomique. Comme cité dans [73],  $f_k(t)$  et  $f_a(t)$  sont des opérateurs de fluctuations prenant en compte les fluctuations quantiques du système.

En calculant le rapport  $\frac{\langle c_t \rangle}{\langle c_{in} \rangle}$ , on déduit la transmission en amplitude du système de  $N$  atomes couplés en cavité [73]

$$t(\omega) = \frac{-\frac{\kappa}{2i}}{\omega_0 - \frac{i\kappa}{2} - \omega - \sum_k \frac{g_k^2}{\omega_k - i\frac{\gamma}{2}}} \quad (\text{II.3})$$

Faisons quelques commentaires sur la transmission de la cavité. On remarque que le dénominateur contient la quantité  $\sum_k \frac{g_k^2}{\omega_k - i\frac{\gamma}{2}}$ . On peut poser :

$$\rho(\omega) = \sum_k g_k^2 \frac{\delta(\omega - \omega_k)}{\Omega}$$

avec  $\Omega^2 = \sum_k g_k^2$ . Cette quantité est une densité spectrale contenant la distribution de fréquence atomique  $\omega_k$ . La formule (II.3) décrit la transmission d'une cavité en présence de  $N$  émetteurs.

Dans le cas d'un nombre d'émetteurs très grand [24] [22] [74], on peut écrire l'équivalent continu de la transmission de la cavité  $t(\omega)$  [73].

En notant :

$$\frac{1}{\omega_k - \omega - i\gamma} = \int \frac{1}{\omega' - \omega - i\gamma} \delta(\omega' - \omega_k)$$

On peut alors exprimer la transmission de la cavité en amplitude  $t(\omega)$  :

$$t(\omega) = \frac{-\frac{\kappa}{2i}}{\omega - \omega_0 + \frac{i\kappa}{2} - \omega - W(\omega)}$$

où

$$W(\omega) = \Omega^2 \int \rho(\omega_k) \frac{1}{\omega - \omega_k + \frac{i\gamma}{2}}$$

Cette distribution  $\rho(\omega)$  est caractérisée par une largeur  $\Delta\omega$ .

La largeur de la distribution est la quantité déterminant si un système est protégé comme nous le verrons dans les exemples qui suivent.

### II.2.3 Application à différentes distributions de fréquences

Dans cette section on rappellera quelques résultats importants de l'article [73] afin de comparer système protégé et non protégé .

**Cas d'une distribution lorentzienne** Dans le cas d'une distribution lorentzienne, on rappelle la forme de  $W(\omega)$  :

$$\rho(\omega) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \frac{1}{\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2 + \omega^2}$$

$$W_L(\omega) = \frac{\Omega^2}{\omega + i\frac{\gamma}{2} + i\frac{\Delta}{2}}$$

La figure II.8 montre le comportement des deux modes brillants en fonction du couplage collectif  $\Omega$  dans le cas de d'une distribution lorentzienne. L'image du bas présente la transmission des deux modes brillants. On remarque que leur largeur est typiquement de l'ordre de  $\Delta\omega$ . Le système n'est pas protégé comme l'indique l'image du haut où l'augmentation du couplage collectif ne permet pas de rendre le système plus homogène et moins sensible aux inhomogénéités du système. C'est à dire obtenir des modes propres suffisamment fin (dont la limite tend dans le cas homogène vers  $\Gamma = \frac{\kappa+\gamma}{2}$ ). De plus dans la limite des forts couplage, la largeur des modes peut être dérivée :

$$\Gamma_{\pm} = \frac{\kappa + \gamma + 2\pi\Omega^2\rho(\omega_s \pm \Omega)}{2}$$

On observe également que la largeur du mode dépend également de la forme de la distribution. Pour des distributions décroissants plus vite que  $\Omega^2$ , le système finit par atteindre un régime de protection.

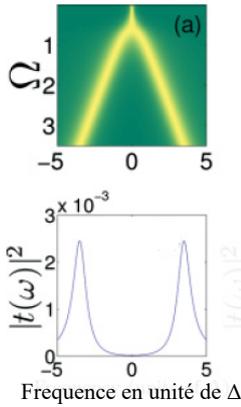


Fig. II.8 Modes propres du système atome cavité en présence d'une distribution lorentzienne. Fig issue de [73]

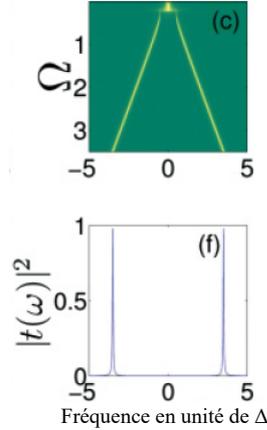


Fig. II.9 Modes propres du système atome cavité en présence d'une distribution rectangulaire. Fig issue de [73]

Comme on l'observe, ce n'est pas le cas pour une distribution lorentzienne.

**Cas d'une distribution rectangulaire** Dans le cas d'une distribution rectangulaire, on écrit :

$$\rho(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega} \left( \Theta\left(\omega - \frac{\Delta}{2}\right) - \Theta\left(\omega + \frac{\Delta}{2}\right) \right)$$

$$W_R(\omega) = \frac{2\Omega^2}{i\Delta} \arctan\left(\frac{\Delta}{\gamma - 2i\omega}\right)$$

Cette distribution est à support fini. On remarque sur la figure II.2.3 que le système exhibe, sur une gamme fréquentielle excluant la zone inhomogène, un comportement protégé où les largeurs des deux modes propres brillants sont très faibles par rapport à la largeur inhomogène. C'est ce qu'on appelle la protection par la cavité.

Plusieurs expériences ont démontré cette protection par la cavité dans le domaine des circuits QED [24] et des mémoires quantiques [75] où le nombre d'émetteurs est grand.

En revanche, la protection dans un système de  $N$  atomes peut être enrichi d'un critère supplémentaire différent de la largeur des modes propres. Ce critère repose sur le nombre de vecteurs propres se couplant au mode de cavité comme nous le verrons dans la suite.

#### II.2.4 Etat de l'art de la protection par la cavité

Le domaine de la CQED tire un grand avantage du couplage d'un large ensemble d'émetteurs avec un mode de cavité pour atteindre des régimes d'interactions fortes. Mais ceci a également l'inconvénient de créer des distributions spectrales larges dues au grand nombre d'émetteurs. Ces effets inhomogènes affectent énormément l'échange cohérent d'énergie entre la lumière et la matière et la conservation des corrélations d'un état pour de longues durées [20]. Plusieurs techniques basées sur des échos de spin [21] permettent de circonvier à ces limitations mais nécessitent d'agir activement sur le système. D'autres sur l'usage potentiel d'état sous radiant moins sensible aux sources de décohérence thermique dans des ensembles d'atomes froids [76]. Une approche alternative repose sur le couplage collectif de l'ensemble des émetteurs avec un mode de cavité. Quand ce dernier est suffisamment grand devant la largeur de la distribution inhomogène, le système devient protégé et n'est plus influencé par l'effet des inhomogénéités. L'ensemble se synchronise grâce au couplage fort avec le mode de cavité [25]. La cavité permet alors de contrôler ces sources d'inhomogénéités [70]. C'est ce qu'on appelle la protection par la cavité.

Deux expériences de la physique du solide l'ont mis en évidence pour des ensembles larges d'émetteurs en cavité micro onde [24] et en cavité optique [23]. Discutons qualitativement de ces deux expériences.

##### a) Expérience en cavité micro onde

L'expérience [24] implique un ensemble macroscopique ( $\sim 10^{12}$  de centres NV couplés avec un mode d'une cavité micro onde).

La cavité micro onde possède une fréquence de résonance égale à  $\omega_c = 2\pi \times 2.6899$  GHz, un facteur de qualité  $Q = 3060$  et une largeur à mi hauteur  $\kappa = 2\pi \times 0.8$  MHz. La force de couplage à un émetteur  $g_j \sim 2\pi \times 12$  Hz est assez faible mais la collection des  $N$  émetteurs permet d'atteindre un régime de couplage collectif fort  $\Omega^2 = \sum_j g_j^2$  qui est égal à  $\Omega \sim 19.2$  MHz. Ce qui correspond à une coopérativité collective de  $C \sim 18$ .

Le système de centres NV est un ensemble inhomogène dont la distribution spectrale montre une largeur de  $\gamma_i = 2\pi \times 9.4$  MHz. Le profil de cette distribution est particulier car il n'est ni gaussien, ni lorentzien mais q-gaussien :

$$\rho(\omega) = \left(1 - (1 - q) \frac{(\omega - \omega_s)}{\Delta^2}\right)^{\frac{1}{1-q}}$$

L'étude de la protection par la cavité s'effectue en analysant la transmission de la cavité qui se mesure à l'aide d'une détection homodyne II.10. Le couplage collectif est varié à

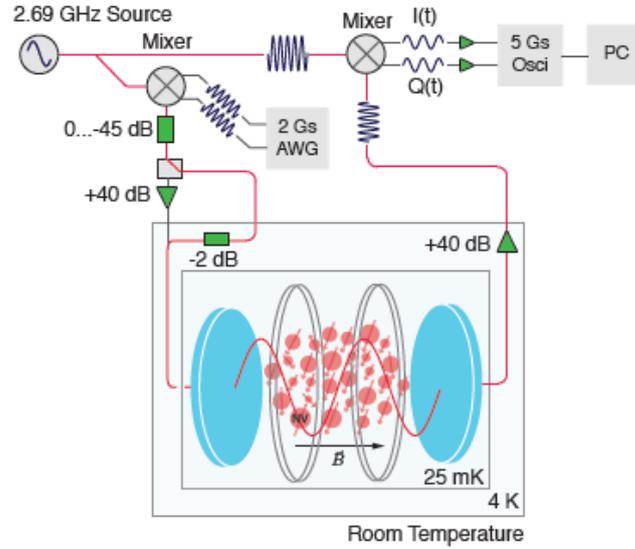


Fig. II.10 fig tirée de [77]. Schéma de la cavité micro onde en présence de centres NV et de la détection homodyne. Un champ  $B$  est appliqué dans la cavité permettant de rendre résonant certains sous ensemble des émetteurs avec le mode de cavité. Un signal micro onde amplifié sonde les modes propres du système

l'aide de la direction du champ magnétique qui agit sur le spin collectif de l'ensemble des émetteurs par effet Zeeman. Ce qui permet de sélectionner quel sous ensemble rendre résonant avec le mode de cavité.

Dans le cas d'un couplage fort, il est possible de dériver analytiquement la largeur des modes propres dans le cas homogène et inhomogène qui sont données par :

$$\Gamma_{inh} = \frac{\kappa + \gamma + 2\pi\Omega^2\rho(\omega_s \pm \Omega)}{2} \quad (\text{II.4})$$

$$\Gamma_{hom} = \frac{\kappa + \gamma \pm \text{Re}(\sqrt{(\gamma - \kappa)^2 - 4\Omega^2})}{2}$$

où  $\omega_s$  est la fréquence centrale de la distribution spectrales des centres NV,  $\gamma$  le taux de relaxation d'un émetteur et  $\Omega$  le coupage collectif.

Le régime de protection est étudié temporellement. Après une excitation micro onde suffisamment longue pour conduire l'état du système dans un état stationnaire, la transmission de la cavité est temporellement étudiée(cf figure II.11). La durée de décroissance de la transmission de la cavité donne directement la largeur des modes brillants. Dans le cas d'un coupage fort, des oscillations de Rabi sont visibles. Dans le cas non protégé, on n'observe aucune oscillation de Rabi mais plutôt une croissance de l'intensité due à l'effet Purcell et l'émission privilégiée dans le mode de cavité. Puis l'intensité décroît.

En mesurant ce temps de décroissance de la transmission de la cavité, la courbe de protection prend alors l'allure de la figure II.12.

On observe que plus le couplage collectif augmente, plus la largeur des modes tends vers la valeur homogène protégée accessible à fort coupage collectif. De plus, en analysant la

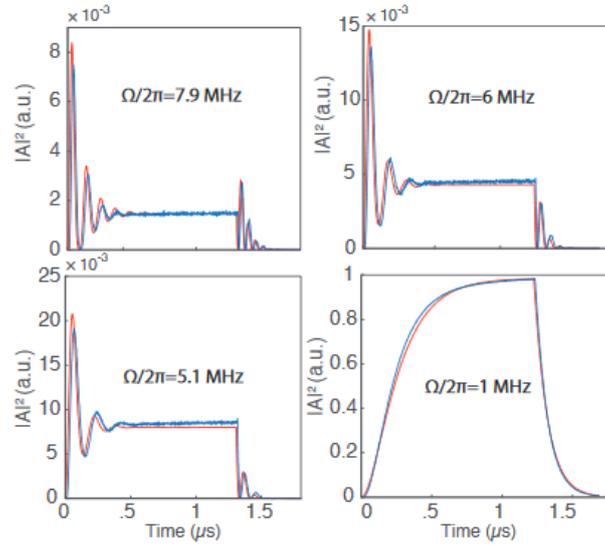


Fig. II.11 *fig tirée de [77]. Observation de l'évolution temporelle de la transmission de la cavité après l'excitation micro onde pour différents couplage collectifs. On remarque que plus le couplage diminue, plus les oscillations de Rabi disparaissent. Ce qui correspond au passage du régime protégé au régime non protégé*

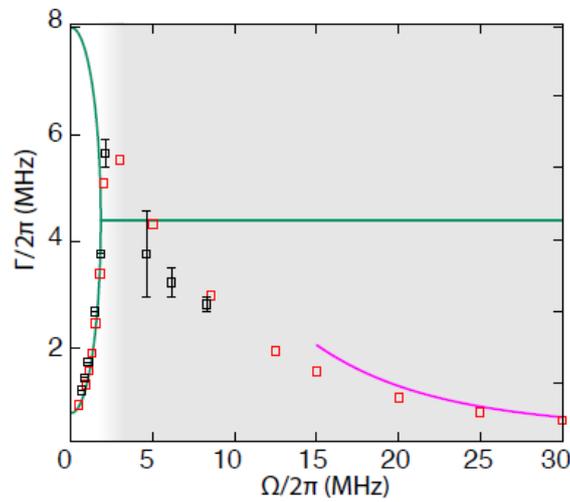


Fig. II.12 *Observation de la dépendance de la largeur des modes brillants en fonction du couplage collectif. Les carrés noirs sont les données expérimentale et les carrés rouge la simulation. La ligne verte est le cas correspondant à  $\Gamma_{homo}$*

formule (II.4), on remarque que la largeur est fortement dépendante du produit  $\Omega^2 \rho(\omega_s \pm \Omega)$  et de la forme de la distribution spectrale. Si cette distribution décroît plus vite que  $\Omega^2$  alors le système est protégé. Dans le cas contraire, le système n'est jamais protégé

comme l'exemple d'une distribution spectrale lorentzienne.

Une méthode proposée également dans [24] afin d'augmenter l'effet de protection est d'agir directement sur la distribution de fréquence en créant des "trous" dans la distribution [78], c'est à dire des zones où la densité spectrale est nulle. Dans ces conditions, on peut totalement s'affranchir de la contribution locale de la distribution aux largeurs des modes (cf equation (II.4) et tendre vers des modes très fins spectralement.

### b) Expérience en cavité optique

Une expérience similaire a également été menée dans le domaine optique. Un ensemble dense ( $\sim 10^6$ ) d'atomes de Neodymium a été couplé avec un mode d'une cavité nanophotonique. La demi largeur de la cavité vaut 44 GHz, le facteur de qualité 7700 et le couplage collectif  $\Omega = 110$  GHz dans le cas protégé. La largeur de la distribution vaut 46 GHz. La protection a été étudiée dans deux régimes de concentration en atomes de Neodymium : 0.1% et 1%. Du fait de la largeur des distribution, l'ensemble n'est pas sondé à l'aide d'un laser fin spectralement mais plutôt par une source photoluminescence émettant sur un large spectre en fréquence. Les modes propres sont mesurés en balayant la fréquence de la cavité.

Le principe général est le même que celui de la section précédente. Pour chaque couplage collectif donné, on mesure les largeurs des deux modes brillants que l'on compare au cas non protégé lorentzien. On rappelle également de [23], l'expression de la largeur des modes propres dans le cas d'une distribution spectrale lorentzienne :

$$\Gamma_{\pm} = \frac{\kappa + \gamma + 2\Delta}{2} \pm \text{Im}\left(\sqrt{4\Omega^2 + \left[\frac{i\kappa - 2i\Delta - \gamma - 2\delta}{2}\right]^2}\right)$$

où  $\delta = \omega_0 - \omega_a$  est le désaccord ensemble cavité.

Pour être plus explicite, en balayant la fréquence de la cavité on crée une asymétrie, c'est à dire que la mesure du doublet de Rabi n'est plus symétrique. Un des modes aura une contribution photonique plus importante alors que l'autre mode possédera une contribution atomique plus importante. Donnons les formules des fréquences propres du système dans le cas où le désaccord est grand pour illustrer notre propos :

$$\begin{aligned}\omega_+ &= \omega_c + \frac{g^2 N}{\Delta_{ca}} \\ \omega_- &= \omega_a - \frac{g^2 N}{\Delta_{ca}}\end{aligned}$$

Prenons la figure (c) de II.13. Dans cet exemple la cavité possède une largeur plus grande que le mode atomique. Lorsque la cavité n'est pas résonance, le mode photonique tend vers la largeur de la cavité sans émetteurs. Lorsque le système est amené à résonance, la largeur du mode reste assez faible comparé au cas lorentzien non protégé.

Sur la figure (f), la cavité possède une largeur plus grande que le mode atomique. Dans le cas désaccordé, la largeur du mode coïncide avec la largeur d'un mode en présence d'une distribution lorentzienne. Lorsque le système est mis à résonance, la largeur de ce mode tend vers la valeur minimale protégée  $\Gamma = \frac{\kappa + \gamma}{2}$ , prouvant la protection par la cavité

Les données de la figure (f) (cf figure II.13) ont été simulées avec une distribution gaussienne qui s'ajuste parfaitement aux données. Les données à forte concentration n'ont

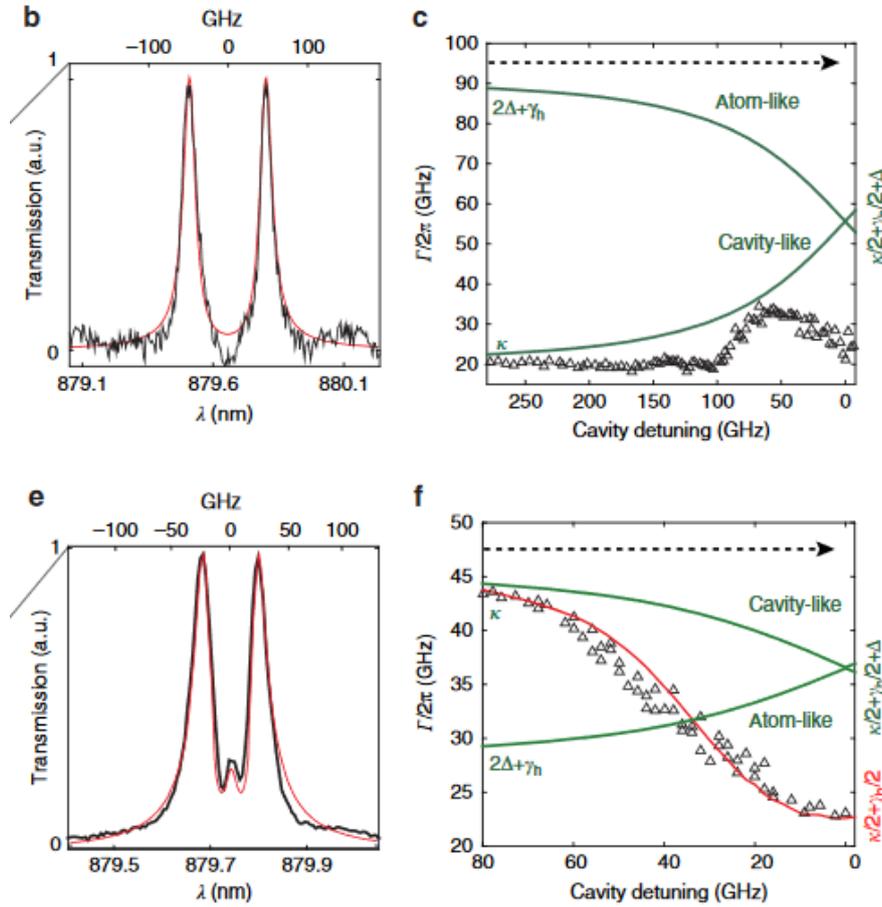


Fig. II.13 *b,c*) Cas d'une concentration de 1%. On observe deux modes fins dont la largeur du mode haute fréquence (*c*) reste assez fine. A résonance ( $\delta = 0$ ), le système tend vers une largeur plus faible (25 GHz) que dans le cas lorentzien (55 GHz, courbe verte). Dans le cas *e,f*. En vert est représenté l'effet d'une distribution lorentzienne. En se plaçant à résonance, la largeur du mode s'affine alors que dans le cas lorentzien non protégé, la simulation de la largeur reste plus grande que celle de l'expérience

pas été comparées à un modèle car la distribution spectrale dans ce cas ne possède de formules analytiques.

La différence des mesures entre [23] et [24] repose principalement sur l'échelle de temps sur laquelle évolue le système.

Dans un système micro onde, il est possible d'observer directement les oscillations de Rabi dans le domaine temporel à l'aide de photodiodes assez rapides (suffisamment rapides pour détecter des signaux variant sur l'échelle de la ns). Dans le domaine optique, cela demande plus d'efforts technologiques qui nécessitent des montage interférométriques afin d'observer indirectement ces oscillations de Rabi [23].

Ces deux exemples [22][23] ont mis en évidence un régime de protection dans le cas d'un fort nombre d'émetteurs. L'étude s'est alors principalement concentrée sur la largeur

des modes brillants. La protection étant une propriété collective dans ces deux exemples, il serait intéressant de la comprendre à l'échelle d'un nombre d'émetteurs fini. C'est le sujet des sections suivantes et de l'expérience de ce manuscrit.

## II.3 Cas d'un ensemble atomique mésoscopique et inhomogène en cavité

Dans certaines conditions, des systèmes atomiques froids peuvent exhiber de larges distributions de fréquences. En règle général, les nuages d'atomes froids sont suffisamment refroidis pour créer un système le plus homogène possible. Mais dans certains cas, ce n'est pas suffisant. En effet certains atomes peuvent avoir leur structure énergétique modifiée par leur couplage avec un champ laser. C'est le cas par exemple des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ . Ces atomes, soumis à un champ laser à la longueur d'onde 1559 nm, ont la particularité de posséder un état excité subissant un déplacement lumineux 50 fois plus grand que le niveau fondamental [31] [57]. Cet effet couplé à leur température finie génère de fortes inhomogénéités de couplage et de fréquences atomiques que nous décrivons dans cette partie.

Il est alors intéressant d'investiguer le concept de protection par la cavité dans le cas d'un ensemble d'atomes froids inhomogènes.

### II.3.1 Un ensemble atomique inhomogène

#### a) Calcul des déplacements lumineux

Le réseau 1D dans la cavité est généré à partir d'une lumière à 1559 nm. Ce laser, en créant un déplacement lumineux de l'état fondamental hyperfin  $F = 2$ , crée une dépendance spatiale de déplacement lumineux. C'est ce qui génère le réseau optique de la cavité. L'une des particularités de l'effet de la lumière à 1559 nm sur le  $^{87}\text{Rb}$  est qu'il produit un grand déplacement lumineux des niveaux d'énergie de l'état excité (typiquement  $\sim 50$  fois plus grand) [31] qu'il faut considérer lors de la phase de pompage optique dans la cavité par exemple. En effet la présence de transitions résonantes  $5P_{3/2} \rightarrow 4D$  à la longueur d'onde 1529 nm, très proche de la lumière à 1559 nm entraîne un déplacement lumineux beaucoup plus important que celui de l'état fondamental  $5S_{1/2}$ .

Pour calculer le déplacement lumineux de l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  il faut considérer tous les couplages dipolaires possibles avec la structure de l'état excité. Dans ce calcul, on fixe une polarisation quelconque et on développe le calcul du déplacement lumineux dans le cas d'une polarisation arbitraire. Lorsque la polarisation du laser dipolaire n'est pas linéaire, le calcul du déplacement lumineux contient plusieurs termes dépendant notamment de la structure Zeeman de l'état qui proviennent de l'origine tensorielle de la polarisabilité

$$\alpha(\omega) = \alpha_s(\omega) - i\alpha_v(\omega)[\mathbf{u}^* \times \mathbf{u}] \frac{\hat{\mathbf{J}}}{2J} + \alpha_t(\omega) \frac{3[(\mathbf{u}^* \cdot \hat{\mathbf{J}})(\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{J}}) + (\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{J}})(\mathbf{u}^* \cdot \hat{\mathbf{J}}) - 2\hat{\mathbf{J}}^2]}{2J(2J - 1)}$$

où  $\alpha$  est appelé polarisabilité scalaire,  $\alpha_v$  polarisabilité vectorielle et  $\alpha_t$  polarisabilité tensorielle,  $J$  est le moment angulaire et  $\mathbf{u}$  le vecteur définissant la direction de polarisation. Si  $\mathbf{u}$  est linéaire alors la partie vectorielle disparaît car le produit vectoriel de  $\mathbf{u}^* \times \mathbf{u} = 0$ .

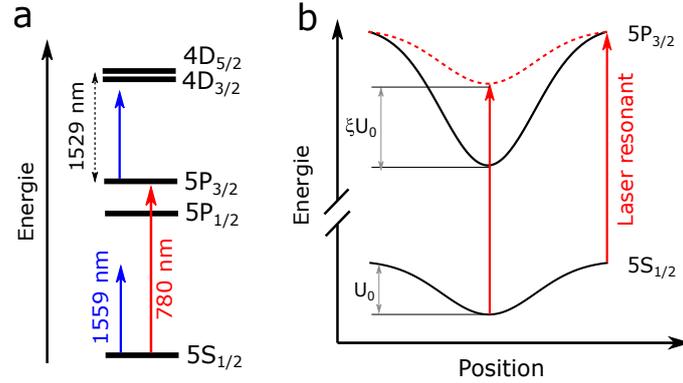


Fig. II.14 (a) Diagramme d'énergie des premiers niveaux du  $^{87}\text{Rb}$ . (b) effet du laser à 1559 nm sur l'état fondamental et excité du  $^{87}\text{Rb}$ . La proximité de l'état excité avec le niveau  $4D_{3/2}$  et  $4D_{5/2}$  perturbe fortement la position en énergie de l'état excité en présence du laser à 1559 nm

Le développement des calculs suit le principe de la théorie des perturbations indépendante du temps dans la base des états habillés<sup>1</sup>. Sous l'effet d'un hamiltonien dipolaire nous développons les différentes corrections énergétiques de chaque niveau  $|i\rangle$  :

$$E = E^{(0)} + E^{(1)} + E^{(2)} \dots$$

avec

$$E^{(1)} = \langle i | \hat{W} | i \rangle = 0$$

$$E^{(2)} = \sum_{k \neq i} \frac{\langle k | \hat{W} | i \rangle^2}{\hbar \Delta_{ik}}$$

où  $\Delta_{ik} = \frac{1}{\omega_{ik} - \omega} + \frac{1}{\omega_{ik} + \omega}$ ,  $\omega$  étant la fréquence de laser et  $\hbar \omega_{ik}$  la différence d'énergie entre les états  $|k\rangle$  et  $|i\rangle$ . Pour l'état fondamental du  $^{87}\text{Rb}$  ( $5S_{1/2}$ ), il est suffisant de considérer uniquement la ligne  $D_1$  et  $D_2$ , ce qui réduit l'ensemble des possibilités pour  $|k\rangle$  à la structure sous Zeeman des états excités ( $5P_{1/2}$ ) et ( $5P_{3/2}$ ).

Considérons la base hyperfine où chaque état est caractérisé par les nombres quantiques  $n$ ,  $L$ ,  $J$ ,  $F$ , et  $m_f$ ,  $m_F$  étant la projection de  $F$  sur l'axe de quantification que l'on nommera ( $Oz$ ). Pour considérer les effets de polarisation, écrivons le champ électrique  $E$  dans la base des états de polarisation  $\mathbf{e}_q$  où :

$$\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{e}_{-1} = -\frac{\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}$$

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}$$

1. Simulation effectuée par Sylvain Schwartz-Post Doc

Pour évaluer la correction d'ordre 2 à l'énergie, il faut développer l'élément de matrice d'ordre 2. L'idée générale est de se ramener à des éléments de matrices tabulés et connus en utilisant le théorème Wigner-Eckart qui permet d'exprimer les éléments de matrice d'un opérateur en fonction des coefficients de Clebsch-Gordon. Il nous faut simplifier le terme :

$$\langle n', L', F', m_{F'} | \hat{d}_q | n, L, F, m_f \rangle \text{ où } d_q = \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{e}_q \quad (\text{II.5})$$

Une première simplification qui vient à s'affranchir de la projection de  $F$  sur l'axe de quantification donne :

$$\langle n', L', J', F', m_{F'} | \hat{d}_q | n, L, J, F, m_f \rangle = \langle n', L', J', F' | | \hat{d}_q | | n, L, J, F \rangle (-1)^{F'-1+m_F} \sqrt{2F+1} \begin{pmatrix} F' & 1 & F \\ m'_{F'} & q & -m_F \end{pmatrix} \quad (\text{II.6})$$

La double barre indique un élément de matrice réduit. Ici nous avons réduit l'estimation de l'élément de matrice (II.5) aux nombres quantiques  $n, L, J, F$ . Nous pouvons poursuivre la réduction de l'élément de matrice (II.6) pour le rendre uniquement dépendant des valeurs de  $L$  qui sont tabulés. Le symbole entre parenthèse est appelé symbole de Wigner  $3-j$ . Ce symbole est non nul quand  $m_F = m'_{F'} + q$ . La polarisation circulaire négative correspond à  $q = +1$ .

Réduisons maintenant  $\langle n', L', J', F' | | \hat{d}_q | | n, L, J, F \rangle$  pour s'affranchir de la dépendance explicite en  $F$  et  $F'$ .

$$\langle n', L', J', F' | | \hat{d}_q | | n, L, J, F \rangle = \langle n', L', J' | | \hat{d}_q | | n, L, J \rangle (-1)^{F'-J++1+I} \sqrt{(2J+1)(2F'+1)} \begin{Bmatrix} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{Bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Le terme entre accolade est appelé symbole de Wigner  $6-j$ . Le dernier élément de matrice réduit  $\langle n', L', J' | | \hat{d}_q | | n, L, J \rangle$  peut se trouver dans des tables. En sommant l'ensemble des contributions des différents états  $|n', L', J'\rangle$  au déplacement lumineux de l'état fondamental  $|n, L, J\rangle$ , on exprime la correction d'ordre 2 à l'énergie en fonction des différentes grandeurs précédentes (moment angulaire, moment nucléaire etc...) (II.7)

$$E^{(2)} = - \frac{|\mathbf{E}|^2 |\langle J' | \hat{d} | J \rangle|^2}{\hbar \Delta} \sum_{F'} \sum_{m'_{F'}=-F'}^{F'} \left| \sum_{q=-1}^1 c_q \times c(J, F, m_F, J', F', m'_{F'}, q) \right|^2$$

où  $c(J, F, m_F, J', F', m'_{F'}, q)$  s'exprime :

$$c(J, F, m_F, J', F', m'_{F'}, q) = (-1)^{J+I+m_F} \sqrt{(2F+1)(2F'+1)(2J+1)} \begin{pmatrix} F' & 1 & F \\ m'_{F'} & q & -m_F \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{Bmatrix}$$

Nous supposons ici que  $\hbar \Delta$  est suffisamment grand comparé à la séparation énergétique des états hyperfins considérés de la ligne  $D_1$  et  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ . En traitant numériquement cette égalité, nous déduisons le déplacement lumineux de chaque sous niveau Zeeman du niveau  $F = 2$  du  $^{87}\text{Rb}$ . Une polarisation mal réglée entraîne l'apparition dans l'expression du potentiel dipolaire d'une partie dépendante du sous niveau Zeeman dans lequel le système se trouve. Ce qui peut compliquer dans certains cas non linéaire le refroidissement laser dans des pinces optiques par exemple [79].

**b) Mélange des niveaux hyperfins de l'état excité**

**Traitement de la structure de l'état excité** <sup>2</sup> L'effet du laser à 1559 nm crée un déplacement lumineux 50 fois plus grand que celui de l'état fondamental comme nous l'avons évoqué précédemment. Mais il affecte également la structure de l'état excité en générant des couplages à deux photons entre les différents niveaux hyperfins de l'état excité.

Lors de la mesure des doublets de Rabi du vide, on adresse la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 3\rangle$  avec une sonde de polarisation  $\sigma_+$ . Mais l'état  $|F = 3, m_F = 3\rangle$  n'est pas vecteur propre du hamiltonien en présence de lumière à 1559 nm. Il s'exprime selon des vecteurs qui sont, quant eux, les nouveaux vecteurs propres de l'état excité en présence de lumière à 1559 nm et en absence de couplage à 780 nm. L'état excité contenant 16 sous niveaux Zeeman, il y a alors 16 nouveaux états excités qu'il faut impliquer dans la dynamique du système et le calcul des modes propres du hamiltonien de Tavis Cummings.

**Hamiltonien de Tavis Cummings en présence de couplage à 2 photons dans la base des états hyperfins de l'état excité**  $|F', m_{F'}\rangle$  Les états hyperfins n'étant plus vecteurs propres de l'état excité en présence de laser à 1559 nm, il faut considérer pour chaque atome 16 niveaux excités dans la dynamique du système. Le hamiltonien de Tavis Cummings dans ces conditions s'écrit :

$$H = \hbar\omega_c a^\dagger a + \sum_k \hbar\omega_k \sigma_+^{(k)} \sigma_-^{(k)} + \sum_k \hbar g_k \left( \sigma_-^{(k)} a^\dagger + \sigma_+^{(k)} a \right) \quad (\text{II.8})$$

. La somme sur  $k$  se réfère aux  $N$  atomes couplés à la cavité et aux  $M = 16$  états excités accessibles pour chaque atome. Le hamiltonien à  $N \times M$  atomes est de dimension  $N \times M + 1$  dans la limite des faibles excitations (II.8)

Pour être explicite et mettre en évidence ces couplages à 2 photons, on exprime tout d'abord le hamiltonien dans la base des états  $|F', m_{F'}\rangle$  de l'état excité en l'absence de lumière à 780 nm. Dans cette base, les forces de couplage  $g_{(p,i)}$  non nulles sont celles correspondant aux transitions vers  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  qui correspondent à la convention  $i = M = 16$ . Ainsi  $g_{(p,i)} = 0$  for  $0 < i < 16$  et  $g_{(p,16)} = g_p$ . Le mécanisme de traitement du déplacement lumineux et des couplages à deux photons peut être décrit simultanément en écrivant une matrice  $\hat{V}$  prenant ces deux effets en considérations :

$$\langle F', m'_{F'} | \hat{V} | F, m_F \rangle = - \sum_{|k\rangle \notin 5P_{3/2}} \frac{\langle F', m'_{F'} | (\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E})^* | k \rangle \langle k | \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E} | F, m_F \rangle}{\hbar \Delta_k}, \quad (\text{II.9})$$

avec :

$$\frac{1}{\Delta_k} = \frac{1}{\omega_k - \omega_{5P_{3/2}} - \omega} + \frac{1}{\omega_k - \omega_{5P_{3/2}} + \omega},$$

En prenant  $F' = F$ , on retrouve les corrections d'origine optique aux fréquences atomiques, c'est à dire les déplacements lumineux de la section précédente.

---

2. Traitement analytique et numérique effectués par Sylvain Schwartz

En ajoutant l'effet du laser à 1559 nm au hamiltonien de Tavis Cummings, le hamiltonien s'écrit :

$$H = \begin{pmatrix} \omega_c & 0 & \dots & g_1 & 0 & \dots & g_2 & \dots & 0 & \dots & g_N \\ 0 & \omega_{(1,1)} & \dots & c_{(1,16)}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_1 & c_{(16,1)}^{(1)} & \dots & \omega_{(1,16)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{(2,1)} & \dots & c_{(1,16)}^{(2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_2 & 0 & 0 & 0 & c_{(16,1)}^{(2)} & \dots & \omega_{(2,16)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{(N,1)} & \dots & c_{(1,16)}^{(N)} \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{(16,1)}^{(N)} & \dots & \omega_{(N,16)} \end{pmatrix}$$

Les coefficients  $c_{(i,j)}^{(p)}$  décrivent le couplage induit par le laser à 1559 nm entre les états  $i$  et  $j$  de l'atome  $p$  (les états  $i$  et  $j$  sont les états  $|F', m_{F'}\rangle$ , par exemple on peut écrire  $i = 1$  pour  $|F' = 0, m_{F'} = 0\rangle$ ,  $i = 2$  pour  $|F' = 1, m_{F'} = -1\rangle$  et ainsi de suite jusqu'à  $i = 16$  pour  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ ). Les valeurs de  $c_{(i,j)}^{(p)}$  sont donnés par la formule (II.9).

Cette base des états hyperfins de l'état excité met en évidence le couplage au sein même de la structure de l'état excité. Une fois cette matrice diagonalisée, on exhibe une base de nouveaux états propres associés à de nouvelles énergies propres. Ces vecteurs vérifient la relation de fermeture et forment une nouvelle base dans laquelle on traite la structure de l'état excitée en présence de lumière à 1559 nm.

**Expression dans la nouvelle base des vecteurs propres** On appelle  $|\psi_i^p\rangle$  les nouveaux vecteurs propres de l'état  ${}^5P_{3/2}$  en absence de lumière à 780 nm, avec  $i = 1, \dots, 16$ ,  $p$  indexant le numéro de l'atome et  $\hbar\omega_{(p,i)}$  les énergies propres associées. La polarisation de la sonde adressant la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  étant circulaire, elle n'est sensible qu'à la partie proportionnelle à  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  de l'expression de chaque vecteur propre  $|\psi_i^p\rangle$ . C'est pourquoi le couplage entre l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle_p$  et  $|\psi_i^p\rangle$  se met sous la forme  $g_{(p,i)} = \langle \psi_i^p | |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle g_p$ . Le hamiltonien de Tavis Cummings s'écrit alors dans la base :

$$|f^1, \dots, f^N\rangle \otimes |1\rangle \quad \text{et} \quad \sigma_+^{(p,i)} |f^1, \dots, f^N\rangle \otimes |0\rangle \quad \text{avec} \quad p = 1 \dots N \quad \text{et} \quad i = 1 \dots M$$

$$H = \begin{pmatrix} \omega_c & g_{(1,1)} & \cdots & g_{(1,M)} & g_{(2,1)} & \cdots & g_{(2,M)} & \cdots & g_{(N,1)} & \cdots & g_{(N,M)} \\ g_{(1,1)} & \omega_{(1,1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{(1,M)} & 0 & 0 & \omega_{(1,M)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{(2,1)} & 0 & 0 & 0 & \omega_{(2,1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{(2,M)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{(2,M)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ g_{(N,1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{(N,1)} & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ g_{(N,M)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{(N,M)} \end{pmatrix}$$

Un autre élément qu'il faut préciser est la nature des nouvelles forces de couplage des 16 nouveaux états propres de l'état excité. Elles ne sont pas choisies au hasard mais dépendent de la force de couplage de l'atome à 16 niveaux de la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 0, m_F = 3\rangle$ . C'est à dire que chaque nouvelle transition avec chaque nouveau vecteur propre garde connaissance de la valeur initiale de la force de couplage de l'atome aux 16 niveaux excités avant diagonalisation. Ceci est exprimé par la projection de l'état  $|F = 3, m_F = 3\rangle$  sur chaque  $g_{(p,i)} = \langle \psi_i^p | |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle g_p$

### c) Simulation des distributions de fréquences atomiques

L'origine des inhomogénéités dans notre système a diverses explications. Le nuage d'atomes piégé dans le réseau optique possède une certaine température, ce qui le fait osciller dans le piège de la cavité. Or le déplacement lumineux et le couplage de l'atome avec le mode de cavité dépendent de la position de l'atome dans le réseau optique (cf figure II.15). En effet, quand l'atome se localise au minimum du potentiel du micro piège créée par la lumière à 1559 nm, son déplacement lumineux est maximal car il correspond à un maximum d'intensité du laser à 1559 nm. Son couplage avec le mode de cavité à 780 nm est également maximal. Rappelons que les ventres d'intensité du réseau optique à 1559 nm et les ventres d'intensité de la sonde à 780 nm sont superposés [80].

On note  $x$ ,  $y$  et  $z$  les positions spatiales de l'atome dans le réseau optique. On pose que la direction  $z$  est celle de l'axe de cavité. Les deux autres directions lui sont orthogonales. On écrit alors la dépendance de la force de couplage  $g$  et l'intensité du laser à 1559 nm dans la cavité comme :

$$g(x, y, z) = g_{max} e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{w_{0,780}^2}\right)} \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda_{780}}\right)$$

$$I(x, y, z) = I_{max} e^{-2\left(\frac{x^2+y^2}{w_{0,1559}^2}\right)} \cos^2\left(\frac{2\pi z}{\lambda_{1559}}\right)$$

où  $w_{0,1559}$  est le col du faisceau à 1559 nm,  $w_{0,780}$  est le col du faisceau à 780 nm,  $\lambda_{1559}$  la longueur d'onde du laser à 1559 nm et  $\lambda_{780}$  la longueur d'onde du laser à 780 nm.

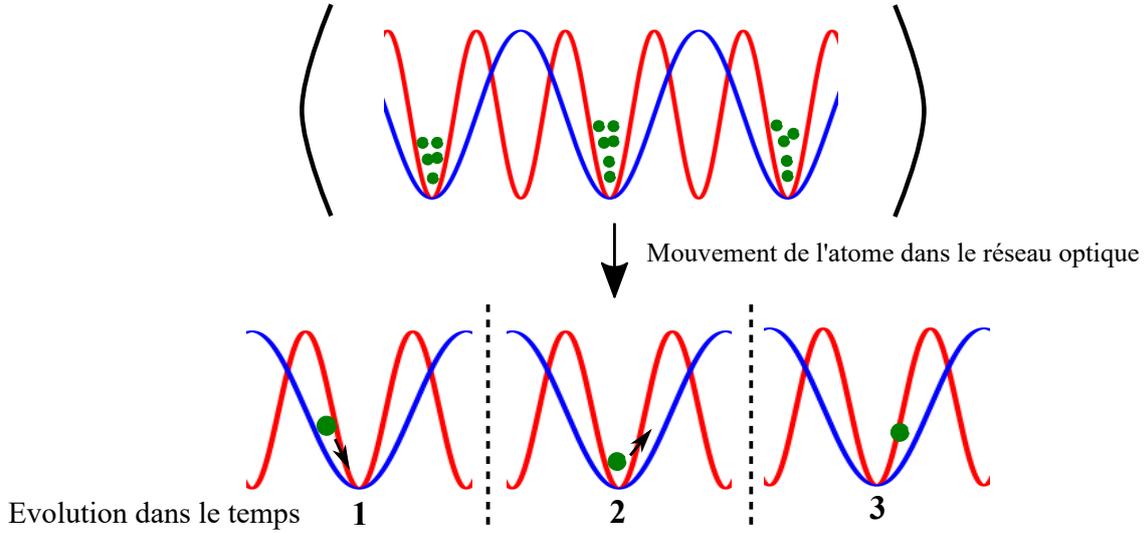


Fig. II.15 Schéma représentant le nuage d'atomes dans le réseau optique de la cavité. Sous l'effet de leur température, les atomes (boules vertes) ressentent différents environnements lumineux à 780 nm(en rouge) et à 1559 nm(enbleu) affectant leur fréquence atomique  $\omega_i$  et leur couplage  $g_i$  avec le mode de cavité

Si on suppose un ensemble thermique à la température  $T$  piégé dans un piège harmonique, les fréquences de piégeage  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  et  $\omega_z$  sont données par :

$$\omega_x(U) = \sqrt{\frac{4U}{m_{Rb}\omega_{0,1559}^2}}$$

$$\omega_y(U) = \sqrt{\frac{4U}{m_{Rb}\omega_{0,1559}^2}}$$

$$\omega_z(U) = \sqrt{\frac{8\pi^2U}{m_{Rb}\lambda_{1559}^2}}$$

avec  $U$  la profondeur de piège du réseau optique. Considérant un ensemble thermique à l'équilibre, la distribution de présence atomique en  $(x,y,z)$  se déduit de la distribution de Boltzmann et est donnée, dans l'approximation harmonique, dans chaque micro piège par :

$$n_x(x) = \sqrt{\frac{m_{Rb}}{2\pi k_B T}} \omega_x(U) e^{-\frac{m_{Rb}\omega_x(U)^2 x^2}{2k_B T}}$$

$$n_y(y) = \sqrt{\frac{m_{Rb}}{2\pi k_B T}} \omega_y(U) e^{-\frac{m_{Rb}\omega_y(U)^2 y^2}{2k_B T}}$$

$$n_z(z) = \sqrt{\frac{m_{Rb}}{2\pi k_B T}} \omega_z(U) e^{-\frac{m_{Rb}\omega_z(U)^2 z^2}{2k_B T}}$$

Afin de déduire la distribution de fréquence atomique prenant en compte l'effet du laser à 1559 nm sur l'état excité, une position spatiale dans chacune de ces distributions est tirée aléatoirement. Ces trois positions définissent un déplacement lumineux et une

force de couplage spécifique. En tirant  $N$  atomes dans ces distributions, on déduit la forme de la distribution en couplage et fréquence de l'ensemble thermique dans la cavité.

Pour illustrer notre propos, prenons l'exemple d'un ensemble thermique de température  $137 \mu\text{K}$  piégé dans un réseau optique de profondeur de  $1040 \mu\text{K}$ . Les atomes sont pompés dans l'état hyperfin  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . En simulant la distribution de fréquence atomique pour ces paramètres, une structure assez étalée apparaît (cf figure II.16) et s'explique par l'effet couplé du mouvement des atomes dans le piège et de la lumière à  $1559 \text{ nm}$ . Cette simulation a été calculée pour une polarisation linéaire de la lumière du réseau optique à  $1559 \text{ nm}$ . Le champ de quantification est selon l'axe de la cavité et vaut  $\mathbf{B} = 3 \text{ Gu}_z$ . La profondeur de piège du réseau optique est  $1067 \mu\text{K}$ .

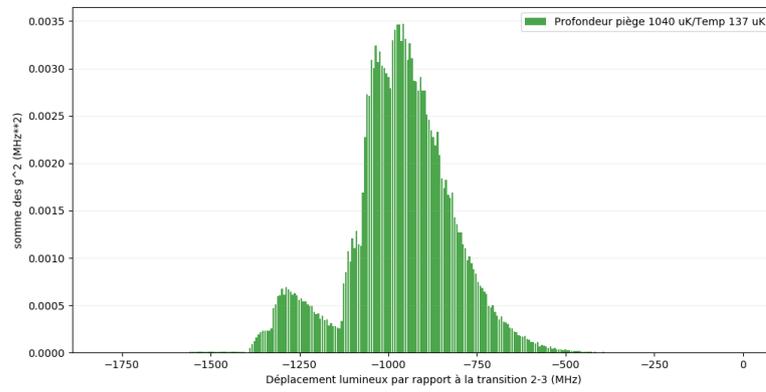


Fig. II.16 Distribution des fréquences atomiques pour une profondeur du réseau optique de  $1040 \mu\text{K}$

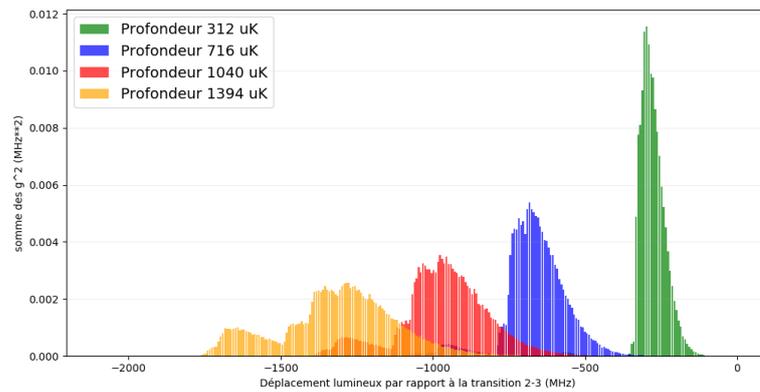


Fig. II.17 Distribution de fréquences atomiques pour quatre profondeurs de piège. On observe l'élargissement progressif de la distribution lorsque la profondeur de piège augmente. Les températures du nuage sont respectivement (de la plus basse à la plus grande profondeur)  $T = 53 \mu\text{K}, T = 96 \mu\text{K}, T = 137 \mu\text{K}, T = 158 \mu\text{K}$

Il est intéressant de comparer différentes valeurs de profondeur de piège pour observer l'effet de la lumière à  $1559 \text{ nm}$  sur l'élargissement des distributions de fréquence atomiques

(cf figure II.17). Sur la figure II.17, on remarque sensiblement que la distribution à plus basse profondeur (312  $\mu\text{K}$ ) est beaucoup moins élargie que celle à 1394  $\mu\text{K}$ .

Plus la profondeur est grande, plus les distributions sont larges car l'augmentation de la profondeur va de paire avec un échauffement du nuage. C'est pourquoi les systèmes très inhomogènes correspondront, dans ce cas ci, à des profondeurs de piège élevées

### II.3.2 Un ensemble d'émetteurs mésoscopique

#### a) Transmission dans le cas protégé et non protégé

Dans le cas discret, la protection peut se comprendre à l'échelle de l'atome unique. En effet, les expériences [23] et [24] décrivent la protection dans un système comprenant un nombre large d'émetteurs.

Le système étudié ici se situe plus dans le domaine mésoscopique où une centaine d'atomes est en interaction avec un mode de cavité.

Comme nous l'avons observé dans la section II.1, suivant le régime de couplage, le système exhibe en transmission soit deux modes brillants (cas protégé) soit un échantillon de modes se couplant au mode photonique de la cavité. Compte tenu de la formule II.3 et des distributions de fréquences atomiques simulées, on peut dès à présent tracer la transmission de la cavité dans le régime des faibles et fort couplage.

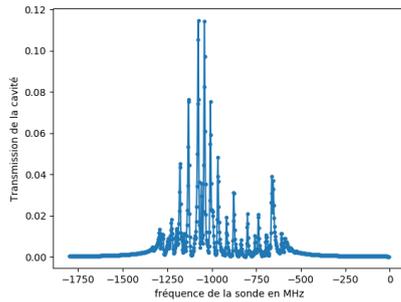


Fig. II.18 *Transmission de la cavité dans le cas d'un couplage faible correspondant à 12 atomes. On remarque plusieurs modes signifiant que beaucoup de modes propres contiennent une contribution photonique*

Paramètres utilisés :  $g_2 = 100$  MHz,  $\omega_1 - \omega_2 = 50$  MHz,  $\omega_c - \omega_1 = 0$

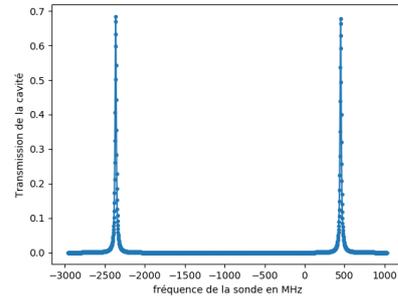


Fig. II.19 *Transmission de la cavité dans le cas d'un couplage fort correspondant à 550 atomes. On remarque deux modes brillants qui se couplent avec le mode de cavité. Tous les autres modes propres sont des états noirs*

En couplage fort, c'est à dire  $\Omega \gg \Delta\omega$ , la transmission dévoile seulement deux modes brillants. En couplage faible, c'est à dire  $\Omega \sim \Delta\omega$ , elle exhibe plutôt plusieurs modes possédant chacun un couplage avec le mode de cavité (cf figures II.18 et II.19).

On présente également le cas d'une distribution lorentzienne où la protection n'est jamais atteinte.

Dans le cas lorentzien (cf II.20), on observe différents pics autour des deux modes principaux, signe que le système n'est pas protégé.

De ces différentes observations, on conclut que l'on peut caractériser la protection la protection par la cavité directement à travers le nombre de modes mesurés en transmission

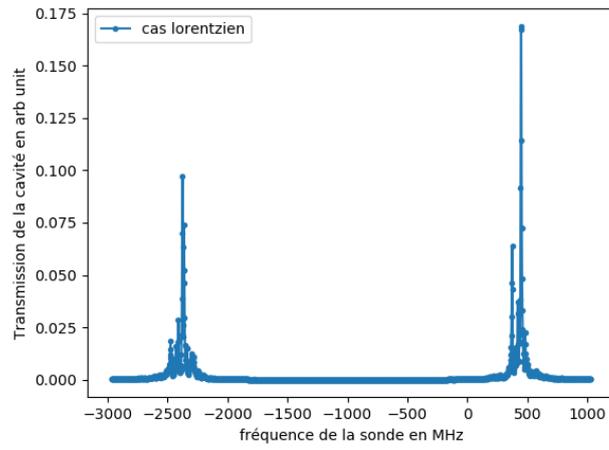


Fig. II.20 *Transmission de la cavité dans le cas d'une distribution lorentzienne. Le nombre d'atomes a été fixé à 550. On observe plusieurs pics autour de chacun des deux modes brillants principaux*

de la cavité et non plus sur la largeur des modes mesurés [24] [23].

### b) Protection d'un ensemble mésoscopique

Suites aux conclusions de la section précédente, la description de la protection en régime discret est alors enrichie du critère sur le nombre de modes détectés en transmission. En effet présentons la simulation, dans le cadre de notre système mésoscopique, du nombre de modes détectées en fonction du nombre d'atomes  $N$  dans le système. Chaque point est issu d'un moyennage du nombre de pics mesurés sur chaque spectre d'un échantillon de 500 traces simulées (cf figure II.21) :

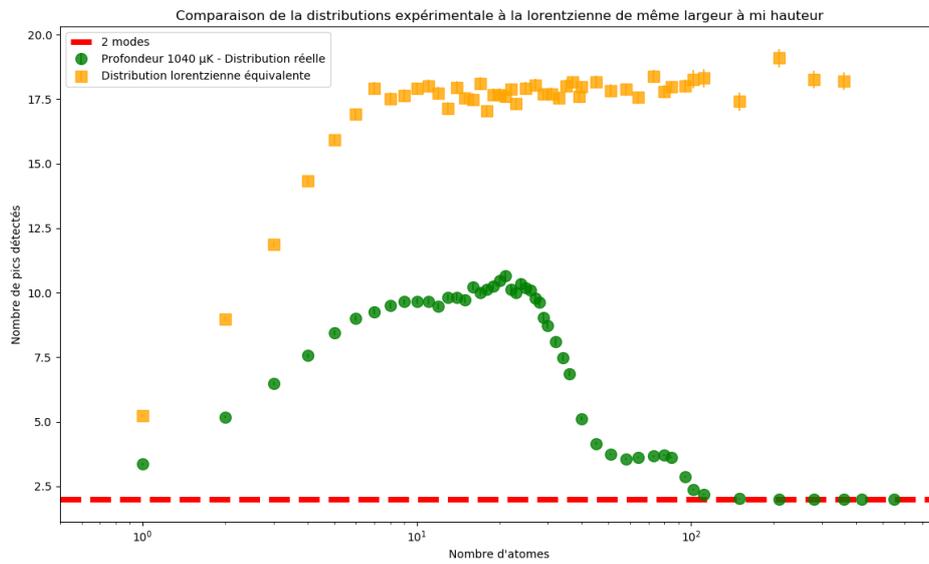


Fig. II.21 Nombre de modes détectés en transmission en fonction du nombre d'atomes. En jaune est représenté le cas d'une distribution lorentzienne. En vert le cas de la distribution associée à l'expérience de ce manuscrit. Les pointillés en rouge délimite la zone d'existence de deux modes brillants

Dans le cas de la distribution de fréquence simulée pour une profondeur de  $1040 \mu\text{K}$  pour un ensemble d'atomes à la température de  $T = 137 \mu\text{K}$ , le système tend vers deux modes brillants lorsque que le couplage collectif est plus grand la largeur de la distribution inhomogene  $\Omega \gg \Delta\omega$ . La phase croissante peut s'expliquer de la manière suivante. Le hamiltonien de Tavis Cummings s'écrit dans la base des vecteurs :

$$|f^1, \dots, f^N\rangle \otimes |1\rangle \quad \text{et} \quad \sigma_+^{(p,i)} |f^1, \dots, f^N\rangle \otimes |0\rangle \quad \text{avec} \quad p = 1 \dots N \quad \text{et} \quad i = 1 \dots M$$

Il s'exprime alors :

$$H_{tot} = \begin{pmatrix} \omega_c & g_{(1,1)} & \cdots & g_{(1,M)} & g_{(2,1)} & \cdots & g_{(2,M)} & \cdots & g_{(N,1)} & \cdots & g_{(N,M)} \\ g_{(1,1)} & \omega_{(1,1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{(1,M)} & 0 & 0 & \omega_{(1,M)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{(2,1)} & 0 & 0 & 0 & \omega_{(2,1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{(2,M)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{(2,M)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ g_{(N,1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{(N,1)} & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ g_{(N,M)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{(N,M)} \end{pmatrix}$$

La dimension de cette base est donnée par  $N \times M + 1$  où  $N$  est le nombre d'atomes et  $M$  les 16 niveaux excités après diagonalisation de la structure de l'état excité.

Le nombre de vecteurs propres accessibles du hamiltonien  $H_{tot}$  est alors dépendant du nombre d'atomes. Plus  $N$  augmente, plus la dimension de la base augmente, plus le nombre de vecteurs propres augmente. Dans le cas d'un nombre d'atomes faible, le couplage collectif est faible. Le nombre de modes mesurés couplés avec le mode de cavité est alors faible et est proportionnel au nombre d'atome. C'est le début de la courbe. Lorsque  $N$  augmente, le nombre de vecteurs propres accessibles au système augmente ainsi que le nombre de modes propres couplés au mode du champ. C'est la partie croissante de la figure. Le point maximal est atteint lorsque que le couplage collectif devient de l'ordre de grandeur de la largeur inhomogène  $\Delta\omega$ .

Lorsque le couplage augmente, le nombre de vecteurs propres couplés au mode de cavité diminue jusqu'à tendre vers la valeur de 2 qui correspond aux deux seuls modes brillants.

La quantité pertinente à analyser est le rapport  $\frac{\Delta\omega}{\Omega}$ . Pour une distribution à support fini, il existe toujours un régime dans lequel  $\Omega$  sera plus grand que  $\Delta\omega$ , du au caractère fini de la distribution.

Dans le cas d'une distribution lorentzienne, le nombre de modes mesurés ne tend jamais vers deux seuls modes. De plus l'estimation de la largeur basée sur la formule d'estimation des déviations standard donne :

$$\sigma = \sqrt{E[X^2] - E[X]^2}$$

où  $E[X]$  désigne l'espérance de la variable aléatoire  $X$ . Dans le cas d'une distribution lorentzienne, cette variance diverge lorsque le nombre de variable aléatoire augmente. Il n'existe alors pas de régime où  $\Omega \gg \Delta\omega$ . On observe également un phénomène de saturation sur la courbe décrivant le comportement d'un système décrit par une distribution lorentzienne sur la figure II.21. Cette saturation peut s'expliquer de la manière suivante. La fenêtre dans laquelle le nombre de pics est calculé possède une certaine largeur totale  $\Delta_T$ . chaque mode propre possède une largeur typique  $\gamma$ . Ce qui implique que le nombre total maximal de modes mesurable dans cette fenêtre  $\Delta_T$  est donné par  $\frac{\Delta_T}{\gamma}$ . D'où le comportement saturé du nombre de pics détectés dans le cas lorentzien.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le modèle physique général d'un ensemble de Spin couplé avec un mode de cavité. Nous avons tout d'abord intégré pas à pas les différentes sources d'inhomogénéités dans le cas de deux atomes.

Nous avons ensuite étendu ce système homogène au système inhomogène de  $N$  atomes. Dans cette section, nous avons décrit le calcul des déplacements lumineux et l'effet du 1559 nm sur la structure de l'état excité.

Nous avons ensuite décrit le hamiltonien de Tavis Cummings dans le cas inhomogène et calculé la transmission de la cavité dans ce régime.

Nous avons finalement détaillé le modèle de la protection en régime mésoscopique. Ce qui donne un critère supplémentaire au concept de protection par la cavité.

Pour atteindre ce régime, la préparation d'un ensemble mésoscopique en cavité a nécessité plusieurs étapes de calibrations que l'on décrit dans les deux prochains chapitres.

## Chapitre III

# Préparation d'un nuage polarisé d'atomes froids en cavité optique

Ce chapitre présente la préparation d'un nuage d'atomes froids dans un sous niveau Zeeman bien défini en cavité. On décrira tout d'abord le système laser, puis nous détaillerons la réalisation du piège magnéto optique (PMO) et le transport du nuage d'atomes de la position du PMO jusqu'à la cavité optique. Nous présenterons ensuite l'optimisation de l'état de polarisation du piège de cavité à 1559 nm. Nous finirons notre propos par le pompage optique dans la cavité et la purification du nuage d'atomes froids dans un sous niveau Zeeman. Cela nécessitera de préciser la méthode de "hachage" du laser de piégeage de la cavité ainsi que celui du laser de pompage.

Poème mystique :

Perdu dans ce monde inconnu, il vagabonde.  
Ce monde, se dit il, n'est pas mon si cher Tiers Monde  
Ici la gracieuse colombe a rangé ses ailes,  
Empêchant son envol vers ce magnifique ciel.  
Ici l'Homme a troqué sa chère humanité,  
Pour le costume d'une vie remplie de vanité.  
Ici l'Homme a vidé son cœur d'une pure bonté.  
Pour le remplir d'une ténébreuse méchanceté.  
Ici l'Homme a préféré sa réputation  
Au noble combat contre son aliénation

Pourtant il est né sous une étoile filante  
Qui n'est dans cet espace que de nature filante.  
Ne possédant que son être comme ultime fortune  
Il est voué à une vie emplie d'infortune.

Marchant à la recherche d'une vie juste et meilleure  
Il garde, fièrement, l'esprit de ses proches dans son cœur.  
Incompris dans cet univers si limité  
Il est droit face à ce souffle solaire si agité.  
Les djinns ont révélé la mer du Leviathan,  
Lui a révélé la voie du jardin d'Adam.  
Recherchant ce que l'Artisan lui a caché,  
Il ouvre son cœur à cet Etre si incréé.  
Soucieux de la beauté humaine derrière ce voile,  
Il le lève pour y voir ce secret qu'il dévoile.

Hafez, entraîne nous sur ton sentier mélodieux  
pour y guider le courageux nécessaire.

### III.1 Système laser

La lumière est un élément clé pour la manipulation et le refroidissement d'un nuage d'atomes à des températures de l'ordre de la dizaine de  $\mu K$ . Cette manipulation nécessite des sources lumineuses suffisamment stables dans le temps et fines spectralement. Il est donc important de les asservir sur des transitions atomiques. Dans notre cas, l'ensemble du système laser est stabilisé sur la ligne  $D_2(F = 2 \rightarrow F' = 3)$  du  $^{87}\text{Rb}$ . L'emploi de plusieurs modulateurs optiques donne une liberté sur le choix fréquentiel de chaque laser. La figure III.1 présente les différentes transitions sur lesquelles nous stabilisons les différentes sources lumineuses.

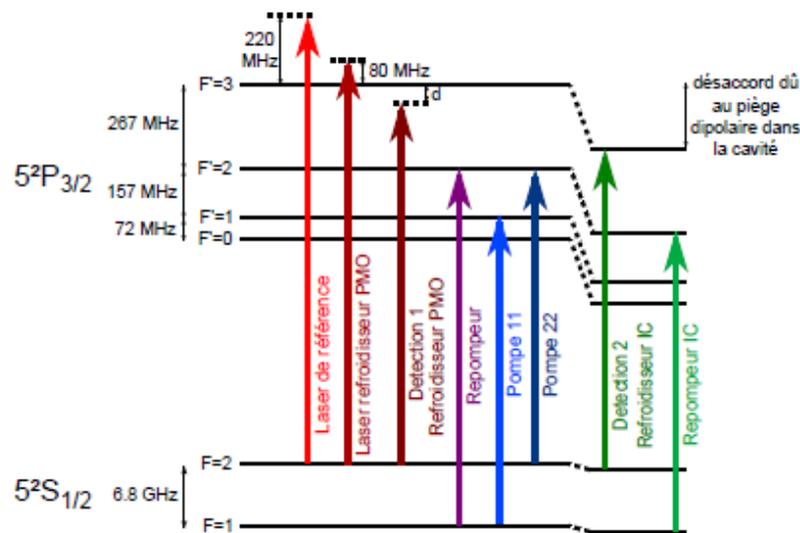


Fig. III.1 Schéma général des différentes transitions

#### III.1.1 Laser de référence et asservissement

Le laser de référence est la source dont la fréquence est stabilisée sur la transition atomique pré-citée du  $^{87}\text{Rb}$ . Toutes les fréquences des autres lasers lui sont directement ou indirectement liées. C'est le laser cœur de l'expérience. Celui qui donne le rythme fréquentiel, celui qui rend possible l'aventure quantique à l'image de la musique de Platon "La musique donne une âme à nos cœurs et des ailes à la pensée".

Ce laser est issu d'un laser à 1560 nm à cavité externe doublé en fréquence dans un cristal de niobate de lithium. La lumière doublée à 780 nm injecte ensuite une diode laser sur la base du principe maître-esclave. Sa fréquence est asservie sur une raie du  $^{87}\text{Rb}$  par la méthode de spectroscopie par transfert de modulation (cf figure III.2).

L'idée générale repose sur un effet non linéaire. Une pompe saturant la transition est modulée à la fréquence  $f_m$ . Un modulateur acousto-optique (AOM) fait un premier

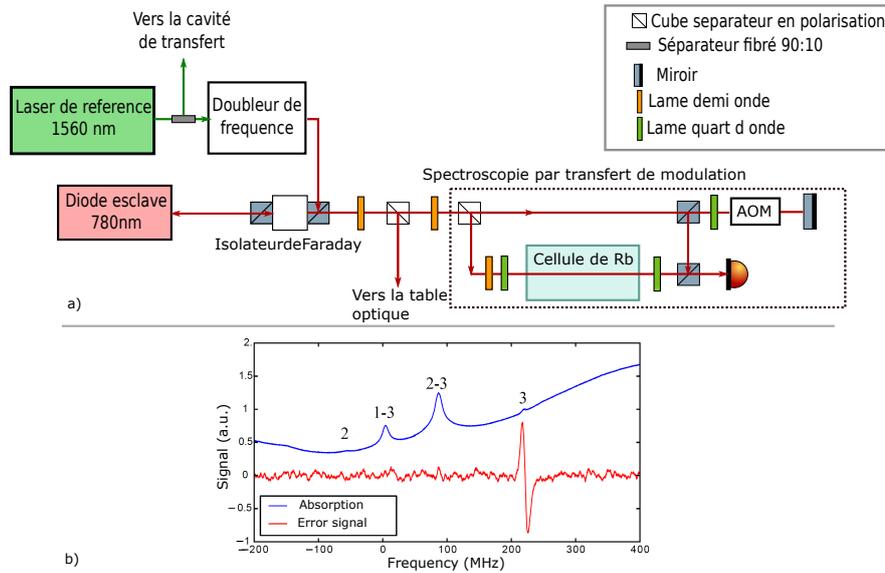


Fig. III.2 Schéma de principe de l'asservissement du laser de référence. En (a), le schéma du montage optique. En (b), le signal d'erreur obtenu présentant un fond typique de la technique de transfert de modulation

décalage fréquentiel de  $-220$  MHz auquel s'ajoute une modulation à la fréquence  $f_m$ . Un faisceau sonde contra-propageant interagit avec une des bandes latérales de la porteuse et la porteuse de la pompe pour produire, sous un effet non linéaire d'ordre 3 dans la cellule de Rubidium, une onde se propageant dans la même direction que la sonde à la fréquence  $\nu_{s+f_m}$ . L'intensité de cette sonde modulée est acquise sur une photodiode dont le signal de sortie est démodulé à la fréquence  $f_m$  et sert à générer le signal d'erreur. Une fois asservie, la fréquence de laser se situe  $220$  MHz en deçà de la fréquence atomique de la transition  $F = 2 \rightarrow F = 3$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

### III.1.2 Les lasers refroidisseur et repompeur

#### a) Les lasers du piège magnéto optique

L'obtention d'un nuage d'atomes froids nécessite de réaliser un piège magnéto optique (PMO). Ce dernier combine champ magnétique et faisceaux refroidisseurs à des intensités typiques de  $I_{sat}$  ( $1.6 \text{ mW/cm}^2$ ). Le laser refroidisseur est une diode amplifiée par un amplificateur conique TA<sup>1</sup> pouvant délivrer  $1 \text{ W}$  de puissance en sortie. Le laser de repompage est généré à partir d'un des bras du laser de référence modulé par un modulateur électro optique<sup>2</sup> (EOM). L'ordre 1 de cette modulation injecte un laser esclave qui est le laser de repompage. Il est communément appelé ainsi car il repompe les atomes tombés dans l'état  $F = 1$  durant le cycle de refroidissement vers l'état  $F = 2$  du  $^{87}\text{Rb}$ . La modulation s'effectue à la fréquence  $\approx 6800$  MHz (typiquement la différence de fréquence

1. EYP-TPA- 0780-01000-3006-CMT03-0000 de Eagleyard

2. 10 MHz-15 GHz Dual Channel Microwave Generator

entre les deux niveaux hyperfins du  $^{87}\text{Rb}$ ) et l'injection du laser de repompage est stable sur une fenêtre de 1 GHz

Le laser de repompage est naturellement asservi car il est le fils direct de l'asservissement du laser de référence. En revanche le laser refroidisseur nécessite une stabilisation qui lui est propre, basée sur un battement entre la lumière de ce laser et la lumière du laser de référence<sup>3</sup>. En focalisant ces deux faisceaux sur une photodiode rapide, nous collectons un signal électronique d'origine optique à la fréquence  $f_d = \nu_r - \nu_{\text{MOT}}$ , différence de fréquence du laser de référence  $\nu_r$  et du laser refroidisseur  $\nu_{\text{MOT}}$ . Un circuit électronique convertit cette différence en un signal *DC*, générant un signal sur lequel nous pouvons asservir la fréquence du laser de repompage. Ce laser possède des fréquences différentes au cours d'une séquence expérimentale (lors de la phase PMO où il sera décalé vers le rouge de typiquement  $\sim \Gamma$  et lors de la phase mélasse optique où il sera décalé de  $\sim 10\Gamma$  dans le rouge).

### b) Les lasers de refroidissement et de repompage dans la cavité

Un modulateur électro-optique effectue une modulation de phase de la lumière du laser de repompage du PMO. L'ordre  $-1$  de cette modulation injecte le laser refroidisseur de la cavité (diode laser<sup>4</sup>). Cette injection du premier ordre négatif ramène le laser refroidisseur de la cavité à résonance avec la transition  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

Le laser de repompage de la cavité provient de la même lumière que le repompeur du PMO. La bande d'injection du laser refroidisseur est typiquement de 1 GHz. Ce qui sera très utile selon l'utilisation que l'on veut en faire (être résonant avec les résonances atomiques déplacées en énergie par la présence de la lumière du piège à 1559 nm de la cavité). L'usage des EOM nous permet d'être très accordable pour suivre les transitions atomiques déplacées par la lumière de piégeage à 1559 nm (comme nous le verrons dans la suite) de la cavité

## III.2 Piège magnéto optique en dehors de la cavité

A température ambiante, la vitesse typique des atomes est de l'ordre de  $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Pour des expériences de physique quantique employant des atomes neutres, il est important de refroidir l'ensemble des atomes pour rallonger les temps de cohérence au cours desquels nous pouvons interroger le système.

On choisit tout d'abord de confiner deux directions du jet d'atomes dans un piège magnéto optique  $2D$  (2DPMO) produit dans une première cellule de verre. Cette première étape crée un jet d'atomes qui chargera le PMO de la chambre principale.

### III.2.1 PMO à deux dimensions

Le premier confinement se situe au niveau de la chambre basse (cf figure III.6) dans laquelle se situe le dispenseur à vapeur de  $^{87}\text{Rb}$ .

C'est un dispositif compact qui permet un chargement efficace du PMO de la chambre principale comme nous le verrons. Cette chambre est connectée à la chambre supérieure

3. Ceci est expliqué dans la thèse de Claire Leboutteiller [81]

4. Diode de type Sanyo émettant à 780 nm

à travers un trou de diamètre 1.5 mm. Plusieurs éléments composent la chambre du PMO2D.

a) Cellule pour le PMO 2D

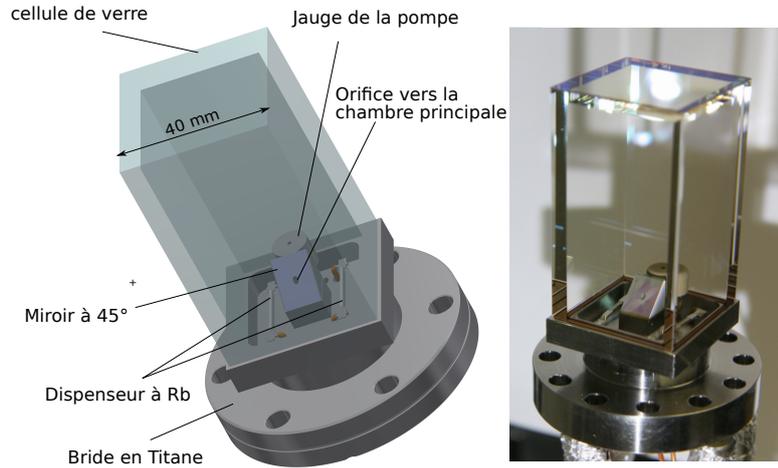


Fig. III.3 Montage du PMO 2D

Les faces externes de la cellule ont été traitées avec une couche anti reflet proche infrarouge. La longueur de la cellule est 4 cm, sa largeur 4 cm et sa hauteur 7 cm, et l'ensemble est collé à une bride de Titane. Un prisme à 45 deg a été collé<sup>5</sup> sur la bride de Titane permettant la configuration actuelle du PMO 2D [82] (cf figure III.3). En pratique il est possible de charger le PMO de la chambre principale avec la vapeur de  $^{87}\text{Rb}$  créée dans la chambre basse. Mais ce chargement serait très inefficace. C'est pourquoi un faisceau "pousseur" fait le lien entre les deux chambres. C'est un faisceau qui conduit les atomes vers la chambre principale, sous l'effet de la pression de radiation (cf figure III.4). Il est accordé à  $-2\Gamma$  de la transition cyclante sur laquelle s'effectue le refroidissement optique ( $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 3\rangle$ ). Cette configuration en deux chambres distinctes a l'avantage de préserver la cavité scientifique. En effet si le dispenseur était monté dans la même chambre que celle de la cavité, il y aurait des risques de contamination de la surface des miroirs de la cavité par de la vapeur de  $^{87}\text{Rb}$ , ce qui endommagerait la finesse de la cavité.

---

5. Colle Epoxy

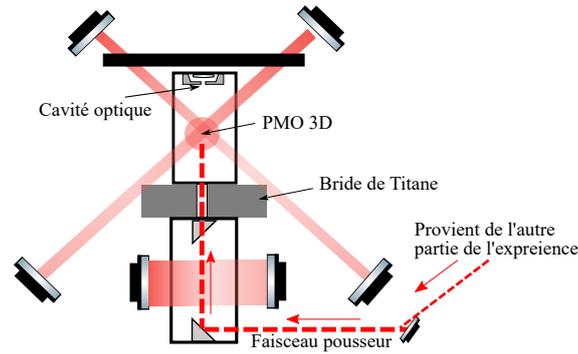
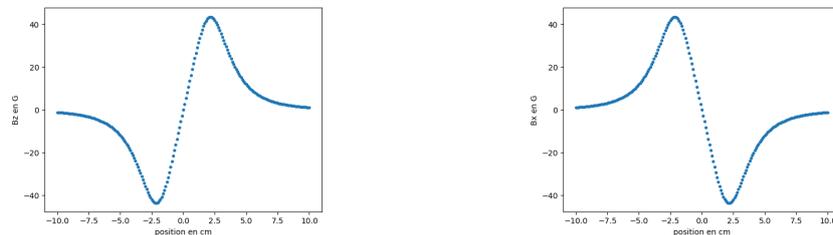


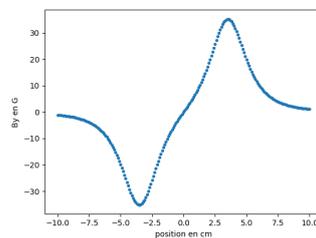
Fig. III.4 Schéma 2D des deux chambres avec le trajet du faisceau pousseur à travers les deux chambres

### b) Champs magnétiques pour le PMO 2D

Afin de réaliser le PMO2D, des bobines rectangulaires ont été placées autour de la cellule du PMO 2D. Ces bobines sont inter connectées et sont parcourues par un courant contrôlable. Chaque bobine compte 80 tours de fils de cuivre. La position de l'ensemble des quatre bobines est ajustable à l'aide d'une platine de translation. On peut calculer les composantes du champ magnétique qu'elles génèrent [83] selon respectivement l'axe  $z$ , l'axe  $x$  et l'axe  $y$  pour un courant parcourant les bobines de 1.6 A (cf fig III.5).



(a) Champ magnétique selon  $B_z$  du PMO 2D (b) Champ magnétique selon  $B_x$  du PMO 2D



(c) Champ magnétique selon  $B_y$  du PMO 2D

Fig. III.5 Trois composantes du champ magnétique généré par les bobines rectangulaires

### c) Système optique du PMO 2D

Les faisceaux refroidisseur et de repompage sont montés dans un schéma de réflexion. Cela permet d'utiliser 4 fois moins de puissance optique que dans le cas à 4 faisceaux indépendants. Un seul et même faisceau est à la base des deux couples de faisceaux. Le faisceaux de départ a une puissance de 70 mW et est décalé vers le rouge de  $2.5\Gamma$ . Le faisceau pousseur a quant à lui une puissance de 5 mW. Le principe général est schématisé sur la figure III.6.

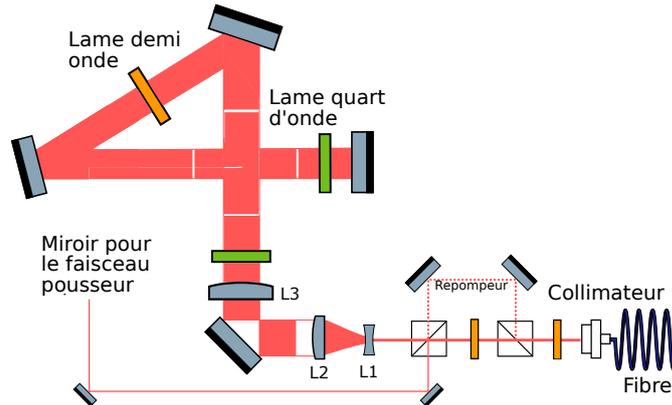


Fig. III.6 Schéma du montage du PMO 2D

De plus, le faisceau de repompage et les faisceaux de refroidissement possèdent des polarisations orthogonales. Ils traversent tout d'abord un cube polariseur qui les sépare spatialement puis les recombinaient en aval. Ainsi leurs puissances deviennent ajustables séparément. Leur état de polarisation est ensuite rendu circulaire.

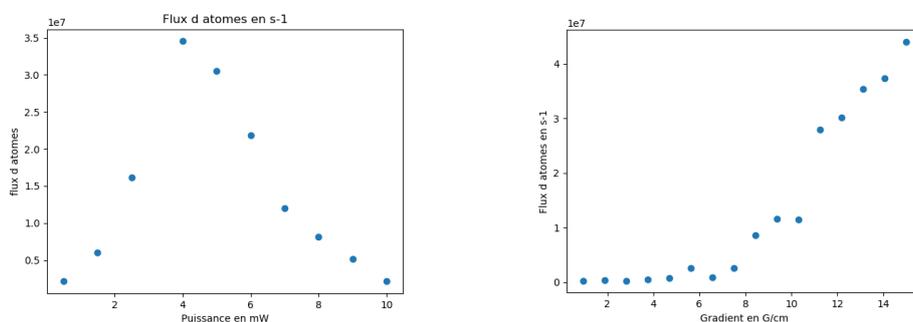
Pour caractériser ce confinement 2D, nous avons mesuré le flux d'atomes chargeant le PMO de la chambre principale en fonction de la puissance du faisceau pousseur, du gradient du champ magnétique généré par les bobines rectangulaires et du courant parcourant le dispenseur à  $^{87}\text{Rb}$ . Le flux mesuré est un flux atomique comme précisé dans [84]. C'est un flux qui est sous estimé car il est déduit du taux de chargement du PMO de la chambre principale qui dépend de différents éléments (perte lors de la traversée de l'orifice de diamètre 1.5 mm, vitesse des atomes lorsqu'ils atteignent la chambre principale, alignement des faisceaux du PMO de la chambre principale...). La mesure du taux de chargement s'effectue par la focalisation sur une photodiode du signal de fluorescence du PMO de la chambre principale.

### d) Caractérisation du flux atomique du PMO 2D

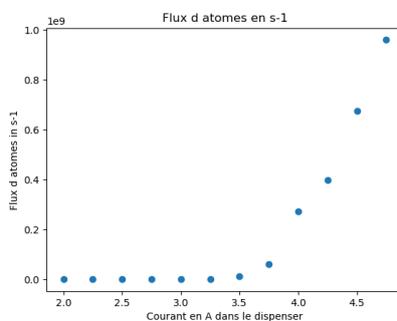
La mesure de l'effet de la puissance du faisceau pousseur a été effectuée pour un courant appliqué au dispenseur de 3.75 A et un gradient magnétique de 16 G/cm. (cf figure III.7a). Elle met en évidence une puissance optimale pour le faisceau pousseur. En effet plus l'intensité de ce faisceau est grande, plus les atomes sont accélérés par l'effet de la pression de radiation. Or le PMO de la chambre principale possède une fenêtre de capture. Il ne peut saisir que les atomes dont la vitesse se situe en dessous d'un seuil. Ceux au dessus ne seront pas piégés. Cette vitesse limite dépend du gradient de champ

magnétique :  $kv_{max} = \mu B' \frac{L}{\hbar}$  où  $L$  est la longueur de la zone de capture. Plus le gradient est fort, plus les atomes de classe de vitesse plus grande sont accessibles ( cf figure III.7b). Pour une puissance nulle, le chargement du PMO de la chambre principale devient très inefficace car seule une infime partie des atomes issus de la vapeur de  $^{87}\text{Rb}$  passe dans la chambre haute, c'est à dire ceux ayant la bonne trajectoire et la bonne vitesse pour passer à travers le trou du prisme collé à la bride de Titane. Ce nombre d'atomes est statistiquement faible, vu la taille du trou de 1.5 mm de diamètre.

Il est également possible d'augmenter le taux de chargement du PMO 2D en augmentant le courant du dispenseur à  $^{87}\text{Rb}$ , ce qui modifie la pression de  $^{87}\text{Rb}$  dans la chambre basse (cf figure III.7c). Concernant la valeur du gradient du champ magnétique, nous ne voyons pas de valeur optimale comme l'indique la figure III.7b.



(a) Flux d'atomes par seconde en fonction de la puissance du faisceau pousseur (b) Flux d'atomes par seconde en fonction du gradient du PMO 2D en G/cm



(c) Flux d'atomes par seconde en fonction du courant dans le dispenseur à  $^{87}\text{Rb}$  en A

Fig. III.7 Etude du flux atomique du PMO 2D

En régime normal, nous fixons le courant de la décharge du dispenseur à 1.6 A, le gradient à 15 G/cm et la puissance du faisceau pousseur à 4 mW. Dans cette configuration de paramètres, nous estimons le flux atomique à  $4 \cdot 10^7$  atomes par seconde.

### III.2.2 Piège magnéto optique sous la cavité

Le PMO est généré 12 mm en dessous de la cavité et décalé de 2 mm dans la direction  $y$  par rapport au centre de cavité. Une paire de bobine en configuration anti Helmholtz

produit un gradient magnétique de  $15 \text{ G} \cdot \text{cm}^{-1}$ . La combinaison de ce gradient avec la paire de trois faisceaux donne naissance à un nuage d'atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  (cf figure III.8) de température  $\sim 120 \mu\text{K}$ . L'intensité de chaque faisceau refroidisseur est  $\sim I_{\text{sat}}$ . Le vide a été estimé à  $5 \cdot 10^{-10}$  mbar. Le nuage d'atomes froids fait une taille de  $\sim 2 \text{ mm}$  et possède  $\sim 2 \cdot 10^7$  atomes.

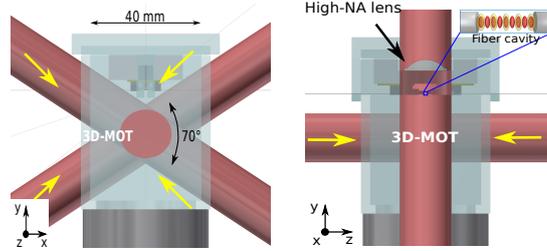


Fig. III.8 Configuration des faisceaux du PMO 3D

### III.2.3 Mélasse optique

Avant le chargement du piège de transport, une phase supplémentaire de refroidissement est nécessaire car le PMO a encore une température trop élevée  $\sim 120 \mu\text{K}$ . On effectue une phase de mélasse optique. Lors de cette phase le gradient de champ magnétique est mis à zéro et le désaccord des faisceaux de refroidissement passe de  $-2.5\Gamma$  à  $-10\Gamma$ .

Pour qu'une mélasse optique soit efficace, il faut s'assurer d'une bonne compensation des champs magnétiques résiduels. Cette compensation a été réalisée à l'aide d'une spectroscopie Zeeman. En effet si le champ est non nul, on peut montrer que la vitesse autour de laquelle les atomes seront refroidis (dans le cas uni dimensionnel) s'exprime comme :

$$v = \frac{\omega_B}{k}$$

où  $\omega_B = g \frac{\mu_B}{\hbar} B$  avec  $\mu_B$  la magnéton de Bohr,  $B$  la valeur du champ magnétique et  $k$  la norme du vecteur d'onde de la lumière de refroidissement.

Un préalable à la mesure de spectroscopie est la mesure de la durée d'une impulsion Rabi  $\pi$ . On l'estime à  $650 \mu\text{s}$  par mesure des oscillations de Rabi entre le niveau  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 1\rangle$ . Celle-ci dépend de la puissance de la micro onde utilisée et est inversement proportionnelle à la fréquence de Rabi micro onde  $\Omega_{MW} = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}$  où  $\Omega$  est donné par la puissance de la micro onde et  $\Delta$  est le désaccord entre la fréquence du signal micro onde et la transition adressée. Donnons les étapes de la séquence expérimentale :

- 1) Préparation des atomes dans l'état  $F = 2$  du  $^{87}\text{Rb}$  après une PMO
- 2) Impulsion  $\pi$  micro onde faisant passer une partie des atomes de  $F = 2$  vers  $F = 1$  quand elle est résonante avec une transition micro onde entre ces deux états.

- 3) Impulsion de lumière résonnante pour expulser les atomes de  $F = 2$  qui n'ont pas été transférés dans  $F = 1$  par l'impulsion micro onde
- 4) Repompage des atomes de  $F = 1$  vers  $F = 2$  par une impulsion de lumière de repompage
- 5) Détection des atomes dans  $F = 2$  par imagerie par absorption

On rappelle également que chaque sous niveau Zeeman par l'effet du champ magnétique voit son énergie déplacée de la quantité :

$$\Delta E_{F,m_F} = \mu_B g_F m_F \|\mathbf{B}\|$$

où  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr,  $g_F$  le facteur de Landé. La procédure vise à annuler la quantité  $\Delta E_{F,m_F}$  en ajustant le champ magnétique  $\mathbf{B}$ .

En faisant varier la fréquence de la micro onde et en mesurant le nombre d'atomes associé par imagerie, on reconstruit pas à pas le spectre complet de toutes les transitions possibles entre les sous niveaux Zeeman de  $F = 1$  et  $F = 2$ . En pratique, on ne suit qu'une transition micro onde spécifique. Dans notre cas, on s'est concentré sur la transition  $|F = 2, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 0\rangle$  qui possède un décalage en énergie d'origine magnétique de :

$$\Delta\nu = \frac{\mu_B}{2\hbar} B$$

Lorsque tous les champs sont compensés, on voit un apparaitre un unique pic central qui correspond à la transition dégénérée. Sa largeur nous donne une estimation du champ magnétique résiduel. Après minimisation des trois composantes  $B_x, B_y$  et  $B_z$  du champ magnétique, on estime le champ magnétique résiduel à 10m G.

### III.2.4 Système de détection

Le système de détection du nuage d'atomes repose sur le principe de l'imagerie par absorption selon trois axes représentés sur la figure III.9. Le signal atomique est dérivé de la quantité de photons absorbés par le nuage d'atomes et nous permet de déduire différentes caractéristiques comme la température du nuage, sa position, son étalement spatiale etc...

Tout d'abord nous définissons un axe de quantification de 3 G selon lequel s'effectue l'imagerie. Puis le nuage d'atomes froids est excité avec de la lumière polarisée circulaire droite adressant la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 3\rangle$ . C'est une détection des atomes dans l'état  $F = 2$ . En acquérant deux images (avec et sans atomes) dont nous faisons la soustraction, le nombre d'atomes, la température du nuage etc... deviennent accessibles.

Sous l'hypothèse d'un équilibre thermique respectant une distribution de Maxwell Boltzmann en vitesse et une expansion balistique du nuage, la largeur du nuage après un temps de temps de vol  $t$  s'exprime comme :

$$\sigma(t) = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{\kappa_b}{m_{Rb}} T \cdot t^2}$$

Où  $\sigma_0$  est la taille initiale du nuage en  $t = 0$  et  $T$  la température du nuage. L'estimation de température du nuage selon l'axe sur lequel s'effectue l'imagerie résulte directement de la mesure expérimentale de cette largeur en fonction de la durée du temps de vol.

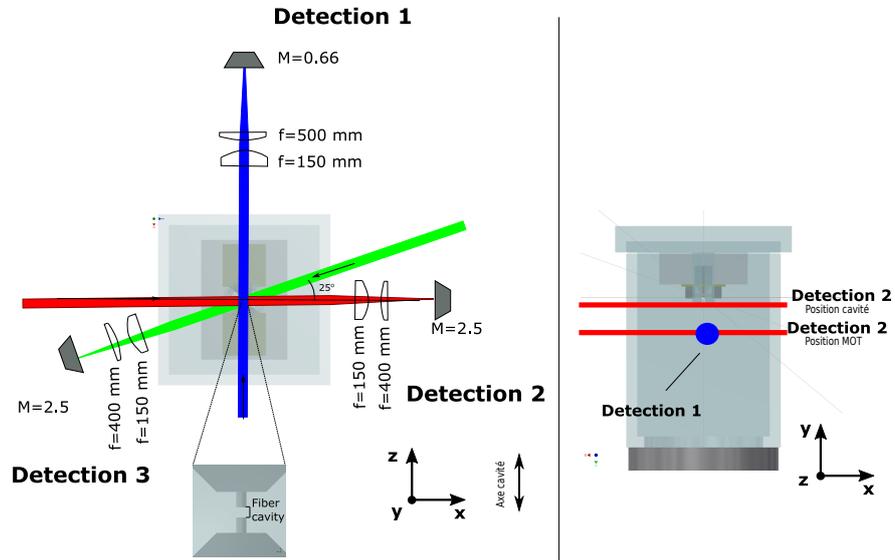


Fig. III.9 Imagerie par absorption selon les trois axes  $x$ ,  $y$  et  $z$

### III.3 Transport du nuage d'atomes froids dans la cavité

Plusieurs éléments ont été optimisés dans cette quête : type de transport, durée du transport, puissance des faisceaux<sup>6</sup>. Ce transport sera effectué à l'aide d'un déflecteur acousto-optique (AOD)<sup>7</sup>.

#### III.3.1 Description du transport

Le schéma de la figure III.10 résume le montage du transport. Il associe un élément acousto optique, un montage optique translatant le faisceau dipolaire et focalisant le col du faisceau dans le nuage d'atomes froid. La translation s'effectue à l'aide de la déviation de l'ordre 1 de l'AOD. L'extension angulaire de l'AOD, de l'ordre de 58 mrad assure un

Ouverture numérique	7.5 mm
gamme de fréquence	60 – 92 MHz
efficacité de diffraction	> 70% dans la gamme de fréquence utilisée

TABLE III.1 – Tableau des caractéristiques de l'AOD

transport sur une distance de 14 mm, largement suffisant pour notre usage. Un DDS<sup>8</sup> assure le contrôle de cet AOD. Le laser de transport provient d'un laser Ytterbium émettant à 1070 nm, très décalé en fréquence par rapport aux transitions de la ligne  $D_1$  et  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ , diminuant l'effet de l'émission spontanée. Ce fort décalage implique une puissance optique suffisamment grande afin de générer un potentiel dipolaire capable de piéger un nombre d'atomes suffisant issus de PMO. Au maximum, nous utiliserons au cours de l'expérience une puissance optique de 6 W qui sera ensuite diminuée pendant le transport. Ce laser de transport possède un col de faisceau de 50  $\mu\text{m}$ .

Ce piège de transport a l'inconvénient de posséder une direction moins confinante, celle selon la direction de propagation du faisceau. Un laser dipolaire supplémentaire (appelé laser "entonnoir") émettant à la longueur d'onde de 785 nm, ayant un col du faisceau de  $\sim 50 \mu\text{m}$  et amplifié par un amplificateur conique, pallie ce problème et augmente de 30% le nombre d'atomes chargés dans la cavité optique.

#### III.3.2 Chargement à partir du PMO

Le chargement du piège de transport suit plusieurs étapes détaillées sur la figure III.11. Tout d'abord nous chargeons le PMO en atomes de  $^{87}\text{Rb}$ . Puis le laser de transport est allumé lors de la phase du PMO comprimé où le gradient de champ magnétique est doublé. Une phase de mélasse optique est ensuite réalisée après laquelle le nuage d'atomes froids atteint une température de l'ordre de 10  $\mu\text{K}$ . Au moment de la phase du PMO comprimé (PMO-C) où le gradient du champ magnétique est augmenté, la puissance du laser "entonnoir" est amenée progressivement pendant 50 ms vers sa valeur nominale de 400 mW. Après la mesure du nombre d'atomes par imagerie par absorption, nous

6. Pour un détail complet, je vous invite à consulter la thèse de F.Ferri [46]

7. Model DTSX-400-1064 de AA Optomechanics

8. Programmation du transport effectué par Francesco Ferri-2018



lumière dans la cavité pour le régime particulier de superposition des ventres d'intensité de la lumière à 780 nm et 1559 nm évoqué précédemment. Le laser de transport étant haute puissance, il chauffe les faces des miroirs et détériore voire détruit ce traitement si il reste bloqué trop longtemps dans la cavité . Un système de sécurité<sup>9</sup> a été mis en place pour éviter une destruction dramatique de la cavité optique. Mais ici le dramatique n'est pas grec, il n'est pas inéluctable et vouer au fatum, à la fatalité.<sup>10</sup> Un circuit arduino empêche au laser haute puissance de rester trop longtemps au niveau de la position de la cavité. On rappelle les différentes caractéristiques des différents lasers et leurs effets sur le nuage d'atomes avant transport dans la cavité :

laser	1070 nm	785 nm	piège croisé
profondeur en $\mu\text{K}$	$2.2 \cdot 10^2$	$2.8 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2$
$\nu_x$ en Hz	5.1	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$
$\nu_y$ en Hz	$9.2 \cdot 10^2$	3.6	$9.2 \cdot 10^2$
$\nu_z$ en Hz	$9.2 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^3$	$9.2 \cdot 10^2$
Taux de chauffage en ( $\mu\text{K/s}$ )	0.21	9.8	10

TABLE III.2 – Tableau des caractéristiques du piège dipolaire et du piège entonnoir

Le transport atomique en lui même a demandé une optimisation spécifique, notamment la vitesse à laquelle est dévié le faisceau de l'AOD, la durée du transport, le type de rampe utilisée en puissance optique et en fréquence de déviation de l'AOD (cf figure III.12)... [46]. On peut préciser le profil de rampe utilisée : le profil *Balckmann-Harris* détaillé dans [85] permettant un transport et un chargement efficaces de la cavité optique.

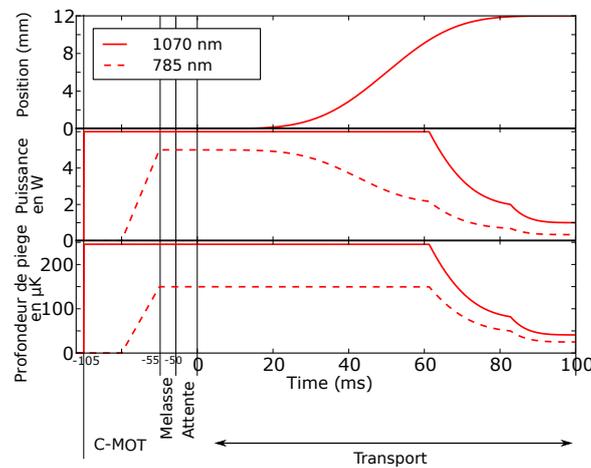


Fig. III.12 Rampe des lasers impliqués dans le transport. De haut en bas :

9. Programmation effectuée par Pierre Antoine Bourdel-doctorant

10. Le tragique grec a amené une réflexion pour se défaire le plus de la fatalité et envisager des choix libres non pré définis par le fatum comme l'a pu être le sort D'Oedipe dans la pièce de Sophocle. Le tragique athénien amène avec lui les prémisses de la démocratie athénienne et de la philosophie. C est la Prohairesis de Aristote. Voir les textes de Vernan, mais aussi de Hegel qui a fait une étude approfondie de la tragédie grecque dans son esthétique, en prenant l'exemple d'Antigone et de Créon

### III.3.4 Chargement du réseau optique

Une fois les paramètres de transport optimisés, on effectue le transfert du nuage d'atomes froids dans le piège 1D de la cavité optique (cf figure III.13)

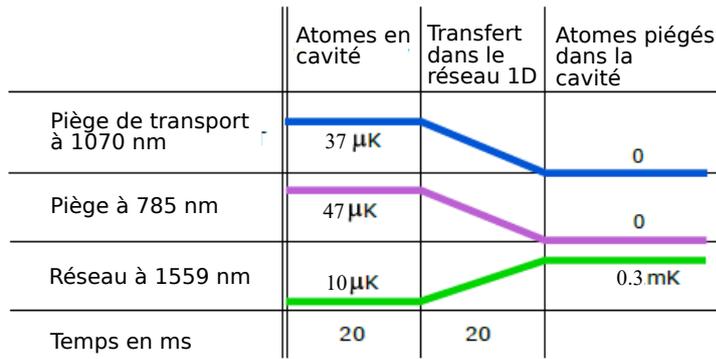


Fig. III.13 *Chargement de la cavité*

Différentes rampes se succèdent. Lorsque le nuage d'atomes se situe proche de la cavité, une phase de transfert du nuage du piège de dipolaire vers le réseau optique de la cavité optique est réalisée de manière adiabatique. C'est à dire suffisamment lentement devant les fréquences de piégeage du piège croisé ( piège de transport à 1070 nm et le laser "entonnoir" à 785 nm). La puissance de ces deux lasers est progressivement diminuée et la puissance du laser à 1559 nm de la cavité optique est, quand à lui, augmentée pour atteindre une valeur de profondeur de piégeage de 270  $\mu\text{K}$  après chargement.

Notons que la profondeur minimale atteignable pour le piège à 1559 nm est 10  $\mu\text{K}$  lors du chargement. Cette valeur permet à la cavité optique de rester asservie lors de la phase de transfert et de supporter l'effet thermique du transport sur la longueur de cavité. Le nuage, après transfert dans la cavité, s'étale sur  $\sim 50 \mu\text{m}$ , ce qui correspond  $\sim 50$  sites du réseau de la cavité (cf figure III.14).

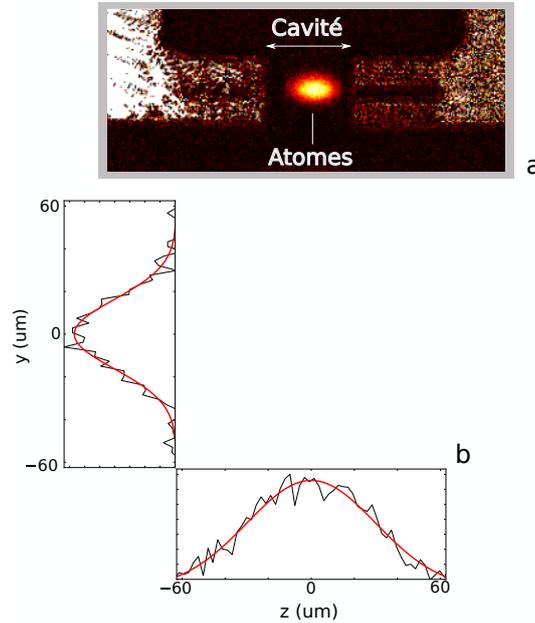


Fig. III.14 (a) Imagerie par absorption du nuage piégé dans la cavité. (b) Profil spatial du nuage dans la cavité

### III.4 Annulation des champs magnétiques fictifs

Dans cette section, nous détaillons l'optimisation de la polarisation du piège à 1559 nm et la compensation des champs magnétiques fictifs [86].

Une étape technique mais nécessaire se situe dans l'optimisation de la polarisation du piège à 1559 nm. En effet, le calcul des déplacements lumineux du chapitre 2 dépend fortement de l'état de polarisation de la lumière utilisée. Généralement on se place dans le régime d'une polarisation linéaire car elle évite des champs magnétiques fictifs d'origine optique [86].

#### III.4.1 Origines du champ magnétique fictif

Comme nous l'avons dit, il est toujours commode de générer des potentiels de piégeage à l'aide de lumière polarisée linéairement. Lorsque la polarisation n'est pas parfaitement linéaire, un champ magnétique fictif est créé, dépendant de l'intensité de la lumière et du degré de circularité de la polarisation. Ce champ magnétique fictif peut induire des processus de chauffage par exemple lors du refroidissement d'atomes uniques dans des pinces optiques [79]. Il existe différentes techniques pour compenser ce champ magnétique fictif : en appliquant un champ magnétique réel de sens opposé [87], en ajustant l'ellipticité de la polarisation de la lumière piégeante [79].

Donnons tout d'abord l'expression du potentiel dipolaire pour un état de polarisation arbitraire de la lumière de piégeage [79] :

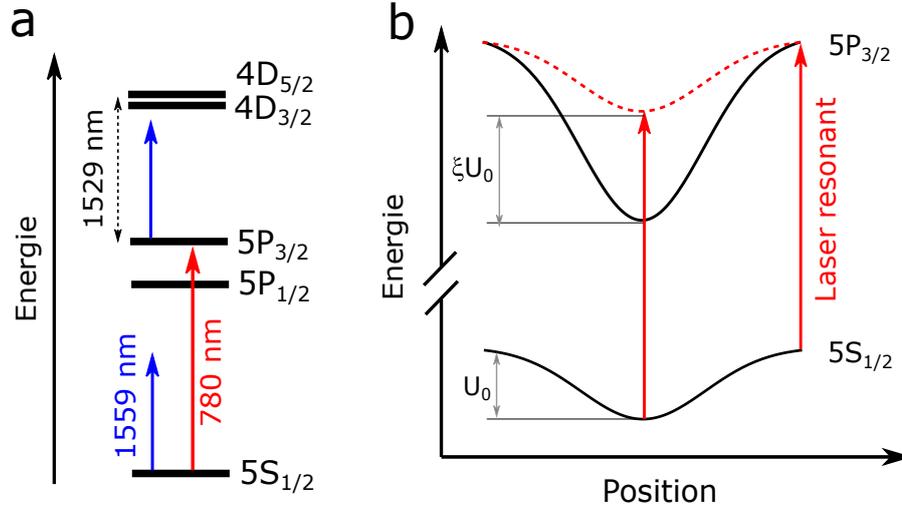


Fig. III.15 (a) Diagramme d'énergie des premiers niveaux du  $^{87}\text{Rb}$ . (b) effet du laser à 1559 nm sur l'état fondamental et excité du  $^{87}\text{Rb}$ . La proximité de l'état excité avec le niveau  $4D_{3/2}$  et  $4D_{5/2}$  perturbe fortement la position en énergie de l'état excité en présence du laser à 1559 nm

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = U_0(\mathbf{r}) \left[ 1 + \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2\Delta_1 + \Delta_2} \mathbf{C}(\mathbf{r}) \frac{g_f \hat{\mathbf{F}}}{\hbar} \right]$$

$$\text{avec } U_0(\mathbf{r}) = \frac{\hbar \Gamma}{24} \left[ \frac{\Gamma}{\Delta_1} + 2 \frac{\Gamma}{\Delta_2} \right] \frac{I(\mathbf{r})}{I_s}$$

$\Gamma$  est la largeur naturelle de l'état excité,  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  sont respectivement les différences de fréquence entre le laser et les transitions  $D_1$  et  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ ,  $I(\mathbf{r})$  est l'intensité du laser,  $I_s$  l'intensité de saturation,  $g_f$  le facteur de Landé,  $\hat{\mathbf{F}}$  l'opérateur du moment angulaire et  $\mathbf{C}(\mathbf{r})$  le vecteur caractérisant la direction et l'ellipticité de la polarisation. Pour une polarisation linéaire,  $\mathbf{C}(\mathbf{r})$  vaut  $\mathbf{0}$ .

Dans notre cas il n'est pas facile de connaître l'état de polarisation du laser à 1559 nm dans la cavité par une mesure simple. La présence de la fibre PCF complique la tâche. En effet, c'est une fibre qui ne maintient pas l'état de polarisation de la lumière s'y propageant. Le principe basé sur la mesure de l'état de polarisation de la lumière réfléchi par la cavité est une approche possible [88] mais il pré suppose la présence d'aucun élément susceptible de modifier la polarisation de la lumière sur le trajet.

En effet suivant la polarisation mesurée en réflexion, on peut déduire certains états de polarisation dans la cavité. Si en réflexion nous mesurons une polarisation orthogonale à celle en entrée de la cavité, alors la polarisation dans la cavité est circulaire. Dans le cas inverse, si la polarisation de la lumière réfléchi est la même que celle de la lumière en entrée, alors la polarisation de la lumière est linéaire dans la cavité (cf figure III.16). Mais cette méthode reste très limitée. On ne peut pas déduire tous les types de polarisation de la mesure en réflexion. Une autre méthode plus quantitative se base sur l'estimation expérimentale du champ magnétique fictif. Une polarisation circulaire génère plusieurs dizaines de kHz de décalage Zeeman des sous niveaux Zeeman des deux états hyperfins

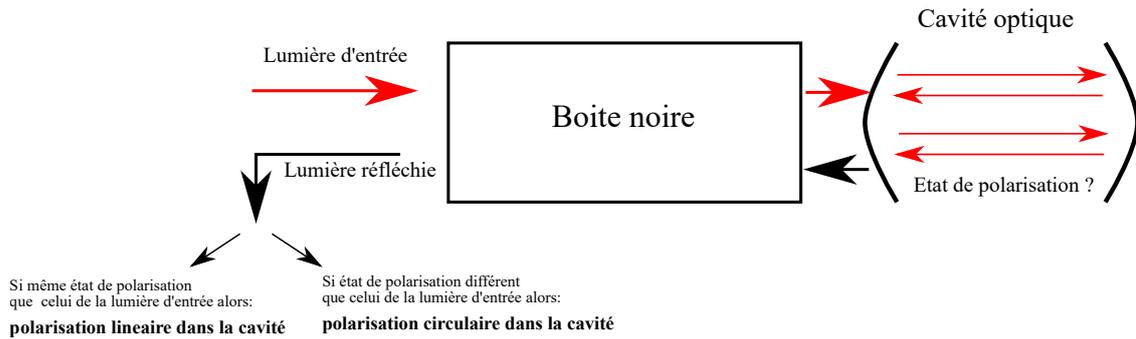


Fig. III.16 Schéma de principe de méthode d'estimation de la polarisation dans la cavité par mesure de la lumière réfléchie. La boîte noire peut contenir tout type d'éléments polarisant. Nous concernant elle contiendra beaucoup d'éléments optiques et notamment des lames demi onde et quart d'onde qui ajusteront la polarisation de la lumière à 1559 nm

du  $^{87}\text{Rb}$   $F = 1$  et  $F = 2$ . On privilégie cette méthode dans la suite.

### III.4.2 Spectroscopie micro onde

Le schéma général est présenté sur la III.17. La rotation des lames demi onde et quart d'onde nous assure un contrôle de la polarisation du laser à 1559 nm et une compensation de champ magnétique fictif. Précisons qu'un alignement préalable des deux lames a été effectué à l'aide des théorèmes du papier [88]. La compensation a été effectuée pour une profondeur de piège du réseau de la cavité de 800  $\mu\text{K}$ .

En effectuant une mesure de spectroscopie micro-onde sur les sous niveaux Zeeman, on mesure les écarts en énergie dus à la présence d'ellipticité dans l'état de polarisation du laser à 1559 nm. Pour cela, nous observons l'évolution en énergie de la transition Zeeman  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$  en fonction de l'état de polarisation de la lumière à 1559 nm (expérimentalement, en fonction de la position de la lame demi onde).

Détaillons le protocole expérimental :

- 1) Chargement de la cavité d'atomes pompés dans  $F = 1$ . Le pompage dans  $F = 1$  se fait avant le transport.
- 2) Génération d'un champ magnétique de 1 G le long de l'axe de la cavité. Ce champ crée un décalage Zeeman proportionnel au facteur de Landé de la transition  $\mu_b g_F m_F B_z$  où  $\mu_b$  est le magnéton de Bohr,  $g_F$  le facteur de Landé du niveau hyperfin considéré,  $m_f$  la projection de  $F$  sur le champ  $B_z$ .

- 3) Spectroscopie micro-onde des atomes en présence de 1559 nm. On s'est limité à l'étude de la transition  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$  en présence de lumière à 1559 nm. Sans lumière à 1559 nm, la transition  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$  se situe à +75 kHz de la transition ( $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ ).

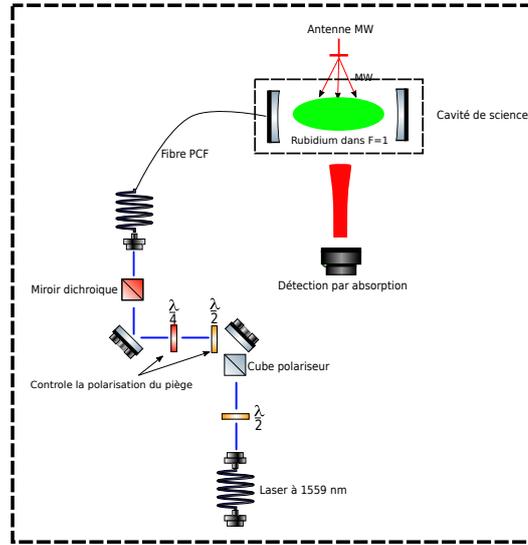


Fig. III.17 Schéma de principe du réglage de la polarisation du piège intra cavité

### III.4.3 Résultats

Les résultats de l'optimisation de la polarisation sont résumés sur la figure III.18. Ils mettent en évidence l'existence d'un champ magnétique fictif et sa compensation. La ligne de points en orange représente une mesure en absence de champ optique à 1559 nm. On précise également que cette position a été mesurée une fois uniquement, en début de prise de donnée. C'est pourquoi c'est une ligne de points constante. On peut également quantifier le degré de circularité de la lumière à 1559 nm. Pour une profondeur de piégeage de 3.5 mK, nous obtenons un taux de circularité de 0.3%.

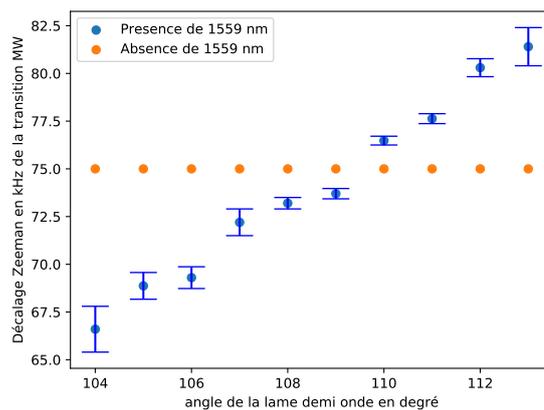


Fig. III.18 Déplacement de la transition micro onde  $F = 1, m_f = 0 \rightarrow F = 2, m_f = 1$  en kHz en fonction de l'angle sur la lame demi onde en degré. La ligne en pointillée correspond à la position de la résonance micro onde des atomes libres en présence du même champ  $B_z$

### III.5 Préparation dans un sous niveau Zeeman $|2,2\rangle$

Un pompage optique efficace nécessite une polarisation pure et un champ magnétique bien défini afin d'éviter tout processus de dépompage. Dans notre cas il a été difficile d'assurer un pompage parfait de tous les atomes dans le sous niveau Zeeman  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Il a donc fallu purifier le nuage d'atomes froids après pompage optique.

Une première tentative de pompage optique à la position du PMO et dans le piège de transport a révélé que le piège de transport dépolarisait le nuage d'atomes froids. C'est un laser multimode qui autorise, par des processus Raman, des transitions entre sous niveau Zeeman. Nous n'avons pas plus détaillé cet effet. Le pompage et la purification s'effectue directement dans la cavité.

Un autre élément à prendre en compte est l'effet du laser à 1559 nm sur les transitions atomiques du  $^{87}\text{Rb}$ . Il génère des déplacements lumineux de l'état excité  $\sim 50$  fois plus grands que ceux de l'état excité (cf figure III.15). Cette polarisabilité 50 fois plus grande modifie complètement la structure de l'état excité (cf chapitre 2). Comme nous l'avons vu, il crée des couplages Raman entre les différents sous niveaux Zeeman. A tel point que la description de la structure de l'état excité en sous niveau Zeeman s'en trouve complètement modifiée.

Pour s'affranchir de cet effet lors de la purification du nuage d'atomes froids, nous employons une méthode de "hachage" du laser à 1559 nm.

#### III.5.1 Méthode de hachage

Cette méthode consiste à "hacher" la lumière à 1559 nm. C'est à dire à l'éteindre puis l'allumer successivement( cf figure III.20). Ainsi nous nous épargnons tous les effets de ce laser sur l'état excité. En effet le mouvement des atomes dans le piège de cavité crée une dépendance locale aux fréquences de résonance atomique déplacée par l'effet du laser à 1559 nm, notamment celle impliquée au pompage optique :  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2, m'_F = 2\rangle$ . Il devient dès lors possible de rendre l'ensemble des atomes homogènes et résonant à une même fréquence d'excitation laser.

Suivant le schéma III.19, tout repose sur l'emploi de trois interrupteurs électroniques.

**Interrupteur 1** Celui ci crée le hachage à la fréquence de 2.5 MHz. On applique sur son entrée TTL une succession d'impulsions d'amplitude 5 V à la fréquence 2.5 MHz<sup>11</sup>. Chaque impulsion dure une centaine de ns. Le hachage consiste donc à l'allumage et la fermeture de cet interrupteur à la fréquence 2.5 MHz.

**Interrupteur 2** Celui ci contrôle la lumière à 1559 nm non hachée.

**Interrupteur 3** Le troisième interrupteur recombine les signaux RF provenant des deux interrupteurs précédents. C'est celui qui décide l'opération de hachage. Comme indiqué sur la figure III.19, c'est un interrupteur monté en inverse. C'est à dire que les deux sorties habituelles sont utilisées en tant qu'entrée et l'entrée en tant que sortie. C'est ici que sont associés le signal RF du "hachage" et le signal non hachée issus des deux interrupteurs 1

11. Effectué par un générateur d'impulsion

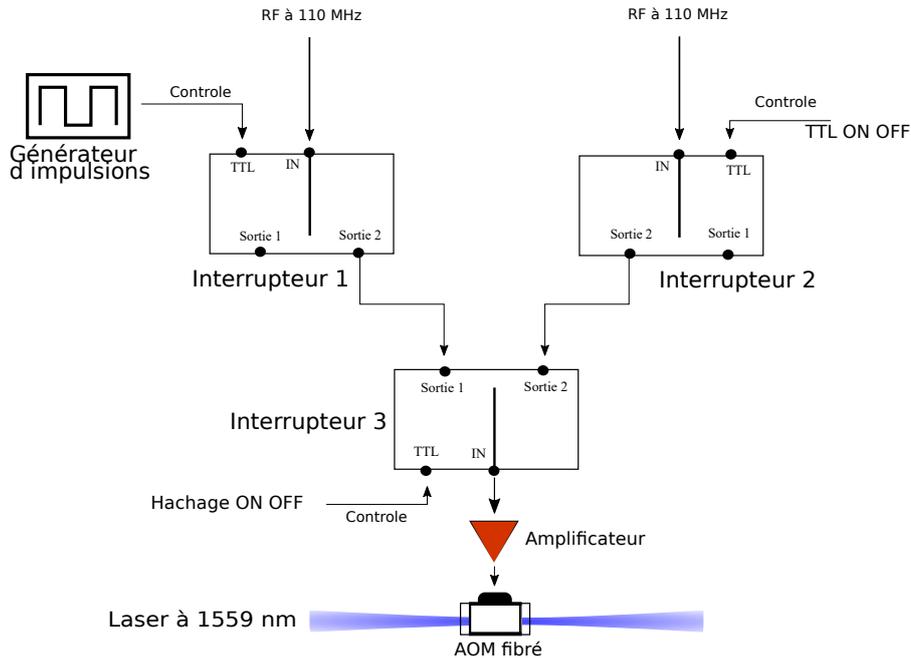


Fig. III.19 Schéma électronique du hachage de la lumière à 1559 nm

et 2. Le contrôleur TTL choisit la sortie (1 ou 2) que nous souhaitons connecter à l'entrée IN.

Précisons plusieurs éléments. La fréquence de hachage est plus grande que les fréquences de piégeage du piège de la cavité afin d'éviter des processus de chauffage de type paramétrique. De plus le laser à 1559 nm étant successivement allumé et éteint, le nuage d'atomes est lui sensible à la valeur moyenne de l'intensité du 1559 nm au cours du hachage. Ils sont donc sensibles à un potentiel attractif moyenné [79]. Il faut donc doubler l'amplitude du champ de la cavité afin d'avoir un potentiel moyenné de la même valeur que celle du régime de piège non haché.

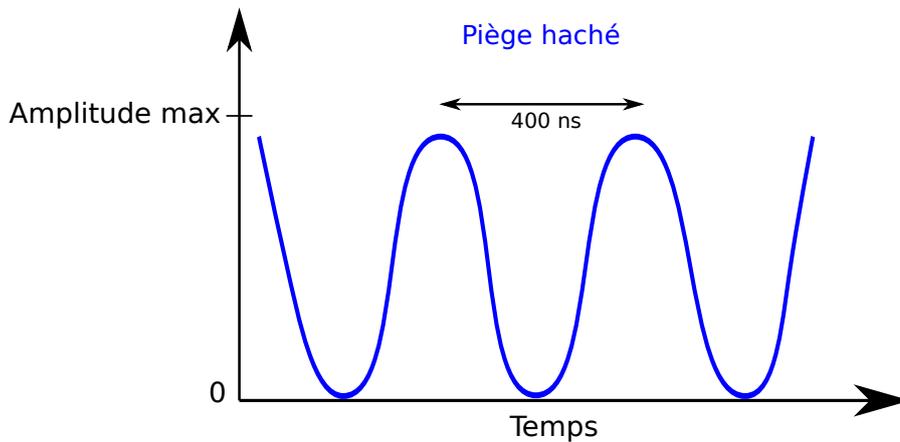


Fig. III.20 Schéma du hachage de la puissance du laser 1559 nm

### III.5.2 Pompage optique

Comme le laser à 1559 nm, le faisceau de pompe est également haché. Le laser pompe est issu de l'esclave 2, est résonant avec la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$  et est polarisé  $\sigma+$ . Dans un schéma classique de pompage optique en cascade (cf figure III.21), les atomes subissent des transitions optiques sous l'effet du laser de pompage polarisé  $\sigma+$  jusqu'à atteindre l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , état noir du processus de pompage. Les atomes s'y accumulent. Un faisceau de repompage est également allumé durant cette phase pour repomper les atomes tombés dans  $F = 1$  pendant le cycle de pompage optique.

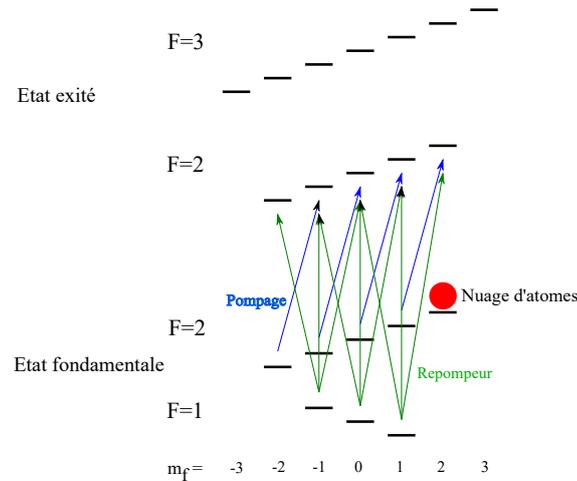


Fig. III.21 Schéma du pompage optique. La pompe (flèches bleues) polarisée  $\sigma+$  permet de pomper les atomes (cercle rouge) dans l'état noir  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Le repompeur (flèches vertes), quant à lui, permet le retour des atomes dans  $F = 2$

Comme indiqué dans le cas du 1559 nm, le hachage permet d'éviter les problèmes de mélange des états hyperfins de l'état excité dus à la présence du laser 1559 nm et des effets d'inhomogénéités de fréquences atomiques.

De plus, les hachages du laser à 1559 nm et du laser de pompage doivent être parfaitement anti-phasés. Si ce n'est pas le cas, un canal de dépompage s'ouvre. En effet, le déplacement lumineux de l'état excité fait plusieurs centaines de MHz. Dans un potentiel de  $272 \mu\text{K}$ , le niveau  $F' = 3, m_F = 3$  se décale de l'ordre de 280 MHz. L'écart en fréquence entre l'état  $F = 2$  et  $F = 3$  du  $^{87}\text{Rb}$  vaut 260 MHz. Le faisceau pompe, initialement ajusté sur la transition  $F' = 2 \rightarrow F' = 2$ , croise le niveau  $F = 3$  subissant un décalage vers le rouge du à la présence de lumière à 1559 nm. Ouvrant un canal de dépompage aux atomes stockés dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . L'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  n'est plus état noir.

Une fois l'impulsion de pompage effectuée pendant 0.5 ms, les champs magnétiques sont alignés avec l'axe de la cavité après une rotation adiabatique (cf figure III.22). Cette rotation est effectuée pendant 2.5 ms. On estime, par imagerie par absorption, que  $\sim 15\%$  des atomes sont encore répartis dans les autres sous niveaux Zeeman. Ce qui nous pousse à effectuer une phase supplémentaire pour purifier et ne garder que les atomes dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$

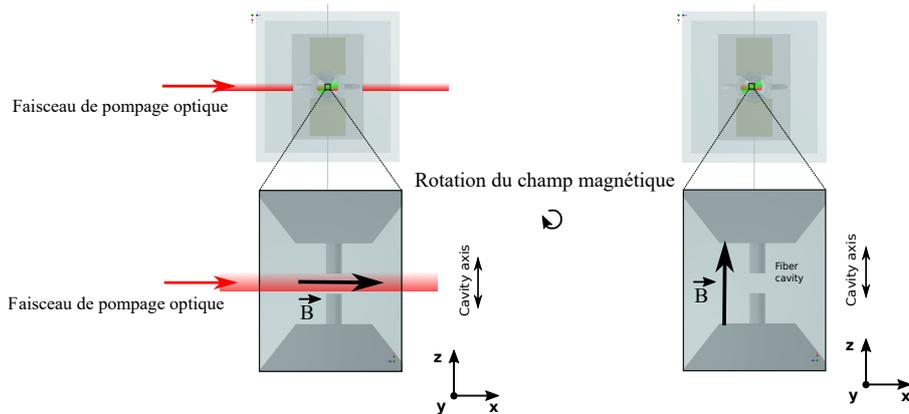


Fig. III.22 Schéma du pompage optique et de la rotation du champ magnétique. C'est une vue du dessus de l'expérience. On y représente la direction du champ avant et après rotation des champs. Comme indiqué sur la figure de gauche, avant rotation, le champ magnétique est selon l'axe  $x$  pour l'impulsion de pompage optique. Le champ magnétique est ensuite aligné avec l'axe de la cavité (figure de droite)

### III.5.3 Passage adiabatique

Le passage adiabatique est plus robuste qu'une simple impulsion  $\pi$  Rabi et est pertinent lorsque l'on veut s'affranchir des effets d'inhomogénéités du champ magnétique. En effet le processus devient efficace uniquement lorsque l'on se rapproche de la fréquence centrale de la rampe qui est la fréquence de résonance de la transition concernée. La figure III.23 présente l'allure générale des rampes en amplitude et fréquence du signal RF impliquées dans le passage adiabatique. Elles suivent un profil *Blackmann Harris* en fréquence et un profil *Blackmann Harris* intégré en amplitude. Ce profil optimise la durée de transfert entre les deux sous niveaux Zeeman, mais minimise aussi les excitations hors résonance.

Précisons que la rampe en fréquence s'effectue dans un intervalle de 200 kHz centré autour de la fréquence de la transition  $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$  en présence d'un champ de quantification de 3G selon l'axe de la cavité. Elle dure 4 ms. Les rampes en fréquence et en amplitude du signal RF respectent l'hypothèse adiabatique, c'est à dire que :  $\frac{d}{dt}f \ll \Omega^2$  où  $\Omega$  est la fréquence de Rabi. L'efficacité des passages adiabatiques a été mesurée par imagerie par absorption et est estimée à 98.5% .

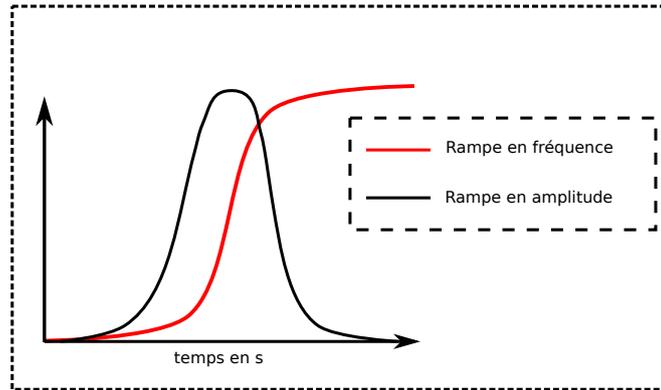


Fig. III.23 Rampe en fréquence et amplitude de la micro onde

### III.5.4 Purification

La purification consiste à préparer l'ensemble des atomes dans l'état de polarisation  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Le protocole expérimental est le suivant :

- 1) Impulsion de pompage optique et de lumière de repompage pendant 0.5 ms. La lumière de pompe est hachée pour s'affranchir des effets de déplacements lumineux.
- 2) Rotation du champ magnétique et alignement du champ magnétique avec l'axe de la cavité pendant une durée de 2.5 ms. Puis stabilisation du champ pendant 2.5 ms.
- 3) Premier passage adiabatique transférant les atomes de  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 1\rangle$  d'une durée de 4 ms
- 4) Impulsion de lumière résonante pour vider la cavité des atomes n'ayant pas été pompés au préalable dans  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  pendant 0.5 ms. Cette impulsion est efficace à 100%. Cela a été vérifié par la mesure du doublet de Rabi. Après l'impulsion de manière résonante, nous mesurons la transmission d'une cavité sans atomes dans  $F = 2$ . On précise également que lors de cette impulsion, 10% des atomes tombent dans le niveau  $F = 1$  par des processus non résonnant.
- 5) Deuxième passage adiabatique repompant les atomes de  $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$  La qualité du pompage et de la purification du pompage sont estimées par la mesure du doublet de Rabi du vide. Le laser sonde est polarisé selon un état circulaire  $\sigma+$  dans la cavité (optimisation expliquée dans le chapitre suivant) et résonante avec la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 3\rangle$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

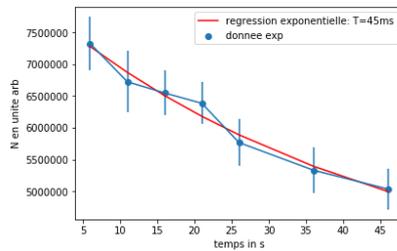
En ajustant la puissance et l'état de polarisation du laser de pompage et en maximisant la mesure du doublet de Rabi du vide, nous obtenons une signature de l'efficacité du pompage optique-purification estimée à 85%. Cette efficacité a été mesurée par imagerie par absorption. Une mesure du nombre d'atomes après toutes les phases de pompage optique et de purification a été faite puis comparé au nombre d'atomes mesuré en attendant

la durée correspondant aux étapes de purification et pompage optique avant d'effectuer la mesure du nombre d'atomes. Ce rapport nous donne une efficacité de 85%

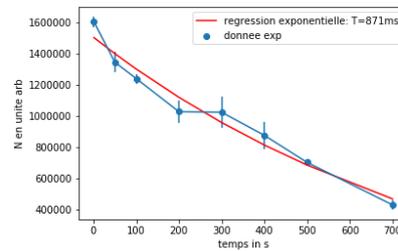
### III.5.5 Mesure du temps de vie du nuage d'atomes froids dans le piège intra cavité

La mesure de temps de vie indique un nuage d'atomes assez froids et nous renseigne sur les différentes échelles temporelles sur lesquelles pourront s'effectuer les futures opérations physiques de la CQED. L'estimation du temps de vie a été faite pour une profondeur de piège de la cavité de  $272 \mu\text{K}$ . L'ensemble des atomes a été préparé dans le sous niveau Zeeman  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Le nombre d'atomes est déduit du doublet de Rabi du vide. Pour chaque temps de piégeage  $t_i$ , nous enregistrons une dizaine de spectres de doublet de Rabi que l'on moyenne.

Nous pouvons dès lors distinguer deux régimes. Un régime aux temps courts où la perte d'atomes est rapide et un régime aux temps longs où la décroissance se fait de manière plus douce ont été mis en évidence. Aux temps courts (c'est à dire les temps suivant la fin de la rampe du potentiel de la cavité à  $1559 \text{ nm}$ ) des collisions entre atomes sont à l'origine d'une décroissance rapide du nombre d'atomes. Sur la figure III.24a est représentée la variation du nombre d'atomes en fonction du temps de piégeage dans le piège à  $272 \mu\text{K}$ . Les pertes rapides s'effectuent sur une échelle de temps de  $45 \text{ ms}$ . Le nombre d'atomes est donné par le carré du couplage collectif  $\Omega^2 = g^2 N$ .



(a) Temps de vie du nuage dans la cavité aux temps courts



(b) Temps de vie du nuage dans la cavité aux temps longs

Nous avons également effectué une mesure aux temps longs (cf figure III.24b) qui donne un temps de vie de  $871 \text{ ms}$

## Conclusion

Dans ce chapitre , nous avons détaillé la préparation d'un nuage d'atomes froids dans un réseau optique  $1D$ . Nous avons tout d'abord présenté le système laser général impliqué dans la génération d'un piège magnéto optique 12 mm en dessous de la position de la cavité.

Nous avons rappelé ensuite le mécanisme de transport des atomes dans le piège de la cavité et le chargement du réseau optique de la cavité. Le transport implique un faisceau dipolaire de longueur d'onde 1070 nm dot la puissance diminue au fur et à mesure que l'on s'approche de la position de la cavité. Une étape de compensation des champs magnétiques résiduels a été effectuée à la position de la cavité.

L'ensemble a ensuite subi une phase de pompage optique et de purification dans le sous niveau Zeeman  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  durant laquelle nous avons expliqué la méthode de hachage de la lumière à 1559 nm et les différents passages adiabatiques impliqués dans la purification de l'ensemble d'atomes froids. Ce chapitre se termine par une mesure du temps de vie qui vaut à la profondeur  $272 \mu\text{K}$  871 ms.



## Chapitre IV

# Stabilisation et calibration des mesures par la cavité

Dans ce chapitre, nous décrivons les différentes étapes afin d'asservir la fréquence de la cavité miniaturisée. Pour des expériences de CQED en cavité optique, il est important de s'assurer de la stabilité de la cavité optique. Une cavité optique non stabilisée altère la qualité de l'observation des effets physiques que l'on souhaite étudier. Par exemple le doublet de Rabi est mesuré en s'assurant que le désaccord atome-cavité  $\Delta_{ca}$  soit nul afin de déduire un doublet de Rabi symétrique. Ce qui demande un contrôle parfait de la position de la cavité.

Un autre élément est l'amplitude du champ couplé dans le mode de cavité. Ici la cavité a un double rôle : piéger les atomes dans le réseau optique généré par le laser à 1559 nm et sonder les modes propres du système par la mesure de sa transmission. Si l'intensité du 1559 nm devient instable, l'estimation de la profondeur de piège peut être mal estimée et, par suite, les fréquences atomiques déplacées par la lumière. C'est pourquoi beaucoup d'efforts ont été mis dans la stabilisation de la fréquence de la cavité optique.

On présente tout d'abord le schéma d'asservissement de la fréquence de la cavité vide par la technique de Pound Drever Hall [89]. Puis nous détaillons toutes les étapes de la minimisation des effets de modulation d'amplitude résiduelle sur l'asservissement de la cavité. Ces effets font fluctuer la position fréquentielle à laquelle nous souhaitons asservir la cavité. Nous nous intéresserons ensuite à une mesure du nombre d'atomes dans le régime dispersif de la cavité, c'est à dire quand  $\Delta_{ac} \gg \Omega$  où  $\Omega$  est la fréquence de Rabi du système atome-cavité. Nous finirons par une présentation des mesures de déplacements lumineux des niveaux atomiques.

Poème mystique :

Scrute cette lumière émanant d'un Soleil  
Brûlant monarque éternel au sceptre de feu.  
Il éloigne les sombres ennuis de tes sommeils,  
Transformant chacun de tes rêves ténébreux,  
En un jour éternel de bonheur et de joie,  
En une vie vêtue de la plus belle soie.

## IV.1 Chaîne d'asservissements de l'expérience

### IV.1.1 Présentation générale

Dans les expériences de CQED, il est important de stabiliser la fréquence de résonance de la cavité. Une cavité stable en fréquence implique une intensité lumineuse dans la cavité et une profondeur de piège stable comme nous l'avons évoqué. Nous utilisons la lumière à 1559 nm, celle créant le réseau optique dans la cavité, pour asservir la cavité de science. Celle-ci a l'avantage d'être hors résonante par rapport à la ligne  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ . Ce qui évite tout processus de chauffage du nuage d'atomes du à de la lumière proche de résonance. Le schéma de l'asservissement général est représenté sur la figure IV.1.

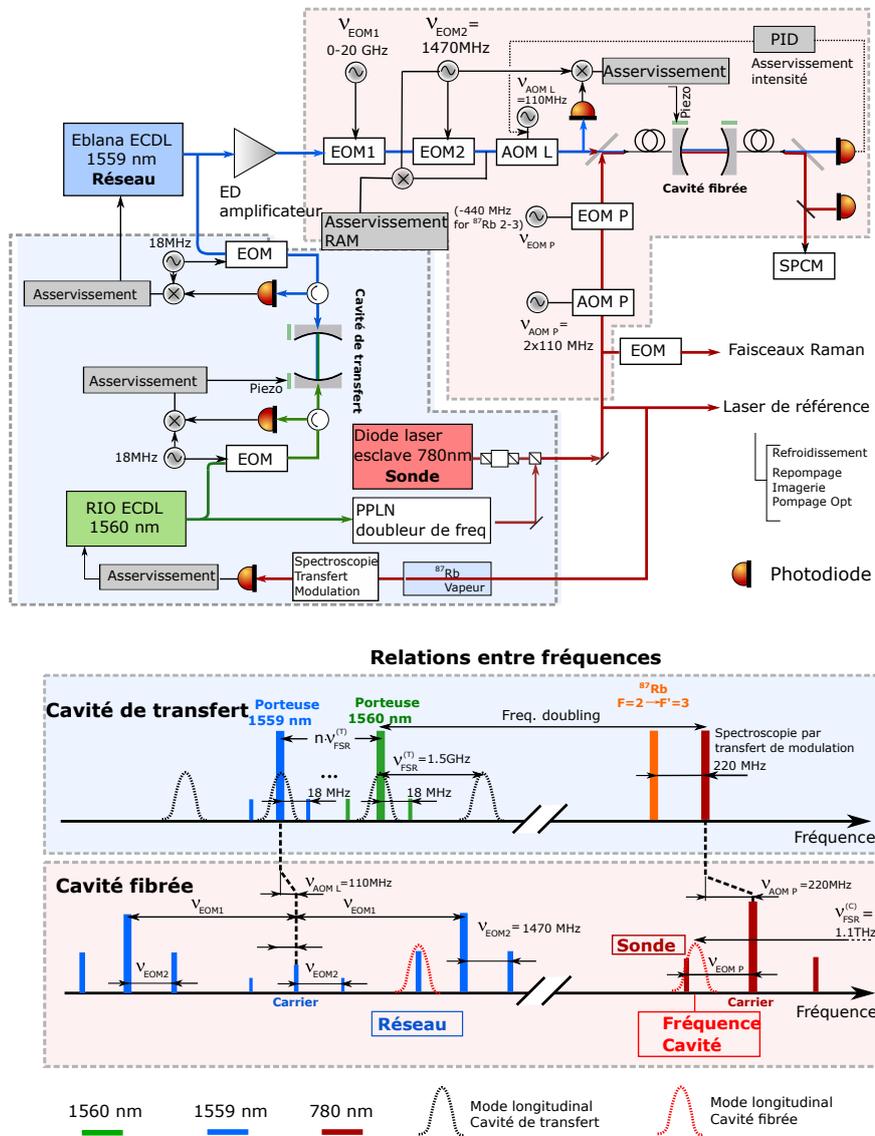


Fig. IV.1 Schéma de l'asservissement de la cavité optique

Détaillons le schéma général. La génération de la lumière 1559 nm provient d'une lumière asservie sur une cavité dite de transfert qui est elle-même asservie sur une lumière provenant d'un laser à 1560 nm.

La stabilisation en fréquence de laser à 1560 nm tire son origine de l'asservissement du laser de référence à 780 nm qui est asservi sur la transition  $F = 2 \rightarrow F = 3$  du  $^{87}\text{Rb}$  par la méthode de spectroscopie par transfert de modulation. En effet, le laser de référence 780 nm provient du doublage de fréquence de la lumière à 1560 nm à travers un cristal doubleur. La rétro-action sur ce laser à 780 nm s'effectue sur le courant du laser à 1560 nm. Ce dernier hérite donc de la stabilisation de la lumière du laser de référence.

La lumière à 1560 nm asservit ensuite la fréquence d'une cavité de transfert à l'aide de la technique de Pound Drever Hall (PDH). La rétroaction sur cette cavité s'effectue sur un élément piézoélectrique ajustant la longueur de la cavité de transfert qui possède un intervalle spectrale libre (ISL) de 1.5 GHz et une finesse de  $\sim 1000$ .

Le laser à 1559 nm est enfin stabilisé sur la fréquence de cavité de transfert à l'aide de la même technique de Pound Drever Hall. Cette fois-ci, la rétroaction s'opère sur le courant de la diode à 1559 nm<sup>1</sup>.

La lumière à 1559 nm passe ensuite à travers deux modulateurs électro-optique fibrés. Le premier crée une première modulation de phase à la fréquence  $\nu_1$ . C'est celui qui définit la position absolue de la fréquence de la cavité optique. Cet EOM est contrôlable sur une plage de 20 GHz. Un deuxième EOM génère une deuxième modulation  $\nu_2$  que l'on utilise pour réaliser l'asservissement de la cavité optique fibrée à l'aide de la technique de Pound Drever Hall. Un amplificateur optique se trouve en sortie des deux EOMS et un modulateur acousto-optique à 1559 nm ajuste la puissance globale du 1559 nm utilisée dans la cavité optique fibrée. Mentionnons un élément important. Les EOMS fibrés ont tendance à générer de la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) qu'il faut absolument minimiser. Cette modulation d'amplitude s'effectue à la fréquence à laquelle nous modulons l'EOM pour la technique de Pound Drever Hall. Elle va donc contribuer au signal d'erreur de la stabilisation de la cavité optique fibrée en faisant fluctuer le point d'asservissement de la fréquence de cavité optique. Ceci sera expliqué un peu plus loin.

#### IV.1.2 Asservissement de la fréquence de la cavité optique par rapport au $^{87}\text{Rb}$

L'asservissement de la cavité fibrée est la conséquence directe de la stabilisation d'un laser de référence sur une transition atomique du  $^{87}\text{Rb}$  (ligne  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ ). Ce laser de référence asservit une cavité de transfert qui elle-même stabilise ensuite un laser à 1559 nm. La fréquence de cavité fibrée est finalement asservie sur la fréquence de ce laser à l'aide de la technique de Pound Drever Hall. Détaillons ces différentes procédures dans cette section.

##### a) Principe de l'asservissement par la technique de Pound Drever Hall.

**Idée générale** La technique de Pound Drever Hall utilise le signal de réflexion de la cavité optique afin de stabiliser sa fréquence de résonance [89]. Ce système a l'avantage de découpler les fluctuations mécaniques de la cavité des fluctuations d'intensité du laser. En

1. Eblana Photonics Model EP1558-NLW-BAA

effet un asservissement basé sur une mesure directe du niveau la transmission de cavité ou de sa réflexion ne permet pas de distinguer ces deux sources de fluctuations. Ces deux mesures sont symétriques autour de la fréquence de résonance de la cavité. Dédire le sens de la correction à apporter devient impossible.

En revanche la dérivée du signal de réflexion par exemple exhibe un comportement dispersif, c'est à dire non symétrique (comme nous le verrons dans la suite). En étant capable de générer un tel signal, il est possible de définir un sens pour la correction à apporter à la fréquence de cavité.

De plus, la mesure de réflexion ne nécessite pas que la lumière soit couplée dans la cavité. On s'épargne alors le temps de réponse du Fabry Péro. C'est à dire qu'on peut supprimer des fluctuations qui se déroulent plus vite que le temps de réponse de la cavité. Ce qui n'est pas le cas d'un schéma basé sur la mesure de la transmission de la cavité.

Sur le principe (cf figure IV.2), un laser modulé en phase à la fréquence  $\Omega$  fait apparaître une modulation de fréquence sur le champ incident  $E_{in}$ . La fréquence de modulation  $\Omega$  est beaucoup plus grande que la largeur de la transmission de la cavité. Lorsque la porteuse est pas totalement couplée dans la cavité, une partie est réfléchiée et interfère avec l'ensemble des bandes latérales qui sont totalement réfléchiées, créant une modulation d'intensité du signal réfléchi total. Cette intensité est mesurée sur une photodiode puis démodulée à la fréquence de modulation  $\Omega$ . Le signal démodulé passe à travers un filtre passe bas pour ne conserver qu'une composante continue.

Dans notre cas, la cavité est asservie sur l'ordre 1 de la modulation et non pas sur la porteuse.

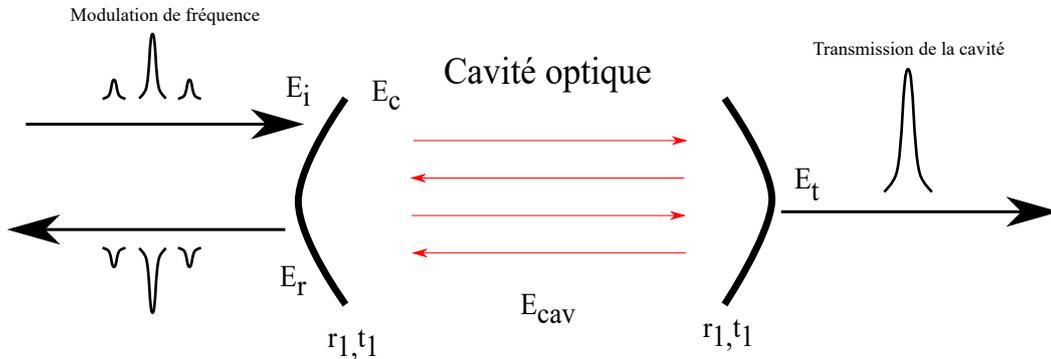
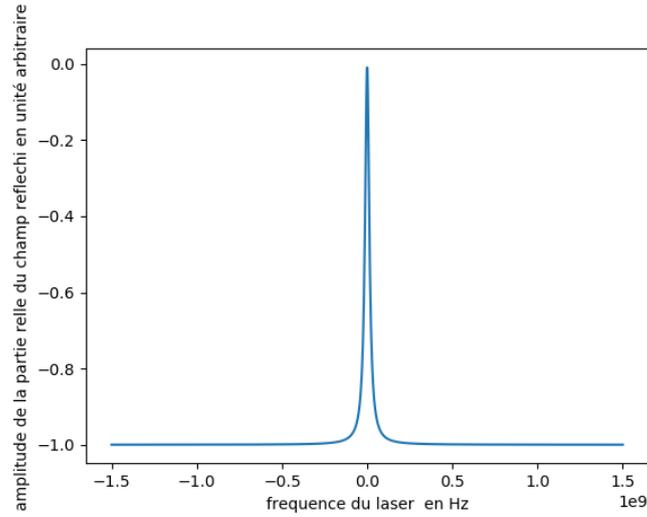
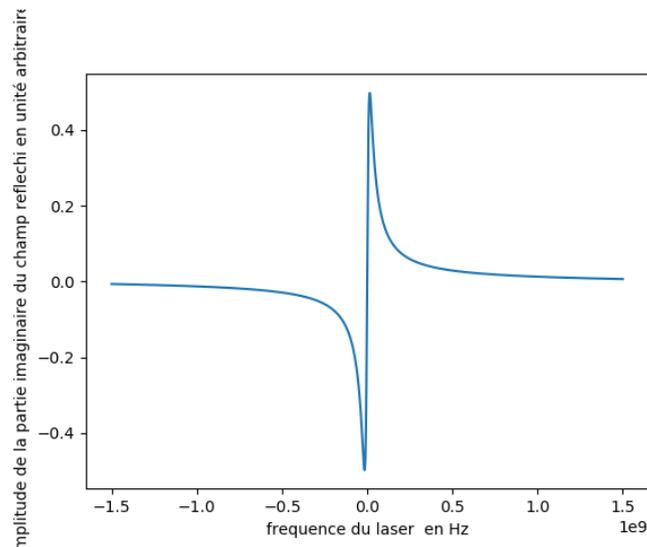


Fig. IV.2 Schéma de principe de la technique Pound Drever Hall. Le champ initial est modulé en phase faisant apparaitre plusieurs composante fréquentielle. La transmission ne présente pas de modulation, un seul champ est transmis car  $\Omega \gg \kappa$ ,  $\kappa$  étant la demi largeur à mi hauteur de la transmission de la cavité

### Génération du signal d'erreur

**Fréquence de la porteuse proche de résonance** Prenons un champ complexe initial électrique de la forme  $E(t) = E_0 e^{i\omega t}$ . Ce champ est soumis à une modulation de

(a) *Partie réelle du coefficient de réflexion*(b) *Partie imaginaire du coefficient de réflexion*Fig. IV.3 *Courbe de la la partie réelle et imaginaire du coefficient de réflexion*

phase qu'on écrit  $E(t) = E_0 e^{i\omega t + \beta \sin(\Omega t)}$ . Ce terme peut se développer en une somme de fonctions de Bessel de première espèce :

$$E(t) = E_0 \sum_k J_k(\beta) e^{i\omega t + ik\Omega t}$$

Considérons un tel champ en entrée de la cavité. Le coefficient de réflexion de la cavité en amplitude que l'on notera par la suite  $F(\omega)$  possède une dépendance avec la fréquence. C'est à dire que chaque bande latérale se réfléchit avec une phase qui lui est propre. Le

champ total réfléchi prend la forme :

$$E_{r,tot}(t) = E_0 e^{i\omega t} \sum_k J_k(\beta) F(\omega + k\Omega) e^{i\omega t + ik\Omega t}$$

Supposons que  $\beta \ll 1$  pour ne considérer que les deux premières bandes latérales d'ordre +1 et -1 :

$$E_{r,tot}(t) = E_0 e^{i\omega t} [J_0(\beta) F(\omega) + J_1(\beta) F(\omega + \Omega) e^{i\Omega t} - J_1(\beta) F(\omega - \Omega) e^{-i\Omega t}]$$

Ce signal est ensuite détecté par une photodiode qui est sensible à l'intensité de ce champ :

$$\begin{aligned} I_r = & |E_0|^2 [J_0(\beta)^2 |F(\omega)|^2 + J_1(\beta)^2 |F(\omega + \Omega)|^2 + J_1(\beta)^2 |F(\omega - \Omega)|^2 + \\ & 2J_0(\beta)J_1(\beta) \left( \text{Re}(F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)) \cos(\Omega t) - \right. \\ & \left. \text{Im}((F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)) \sin(\Omega t)) \right) \\ & + \text{termes de fréquences supérieures à } \Omega] \end{aligned} \quad (\text{IV.1})$$

Comme le montre la figure [IV.3a](#), quand la porteuse est proche de résonance, les deux bandes latérales sont hors résonance. Leur coefficient de réflexion vaut  $F(\omega + \Omega) = F(\omega - \Omega) \sim -1$ . Ce qui signifie que le terme :

$$F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega) = F(\omega) - F^*(\omega) = 2i\text{Im}(F(\omega))$$

Ce qui signifie que la contribution en  $\cos(\Omega t)$  est nulle dans l'équation (IV.1), seul le terme proportionnel  $\sin(\Omega t)$  subsiste. Pour une porteuse proche de résonance, le signal d'erreur ne sera donc que dispersif. Une fois le signal démodulé avec la bonne phase, le signal d'erreur  $\epsilon$  prend la forme :

$$\epsilon_\omega = -4|E_0|^2 J_0(\beta)J_1(\beta)\text{Im}(F(\omega))$$

**Fréquence d'une des bandes latérales proche de résonance** Lorsque une des bandes latérales, prenons celle à la fréquence  $\omega + \Omega$ , devient proche de résonance avec la fréquence de cavité, on a cette fois ci :

$$F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega) = -F^*(\omega + \Omega) - 1$$

L'intensité réfléchie détectée se résume alors à :

$$\begin{aligned} I_r = & |E_0|^2 [J_0(\beta)^2 |F(\omega)|^2 + J_1(\beta)^2 |F(\omega + \Omega)|^2 + J_1(\beta)^2 |F(\omega - \Omega)|^2 + \\ & 2J_0(\beta)J_1(\beta) \left( \text{Re}(-F^*(\omega + \Omega) - 1) \cos(\Omega t) - \right. \\ & \left. \text{Im}((-F^*(\omega + \Omega) - 1) \sin(\Omega t)) \right) \\ & + \text{termes de fréquences supérieures à } \Omega] \end{aligned} \quad (\text{IV.2})$$

Ici, il devient possible de sélectionner la quadrature qui nous intéresse. Un choix judicieux de la phase lors de la démodulation permet de sélectionner soit le terme proportionnel à  $\cos(\Omega t)$ , soit le terme proportionnel à  $\sin(\Omega t)$ . Sélectionnons le terme proportionnel en  $\sin(\Omega t)$  car il exhibe un profil dispersif idéal pour une rétroaction active sur la cavité optique. Le signal d'erreur de la bande latérale à  $\omega + \Omega$  prend donc la forme dans ces conditions :

$$\epsilon_{\omega+\Omega} = 2|E_0|^2 J_0(\beta) J_1(\beta) \text{Im}(F^*(\omega + \Omega) + 1)$$

On suit la même méthode pour calculer le signal d'erreur de la bande latérale à la fréquence  $\omega - \Omega$  :

$$\epsilon_{\omega-\Omega} = -2|E_0|^2 J_0(\beta) J_1(\beta) \text{Im}(F(\omega - \Omega) + 1)$$

### b) Schéma général de l'asservissement par la technique de Pound Drever Hall

La fréquence de cavité est stabilisée par un PDH comme indiqué précédemment. Le détail du schéma est montré sur la figure IV.4. C'est un asservissement entièrement fibré.

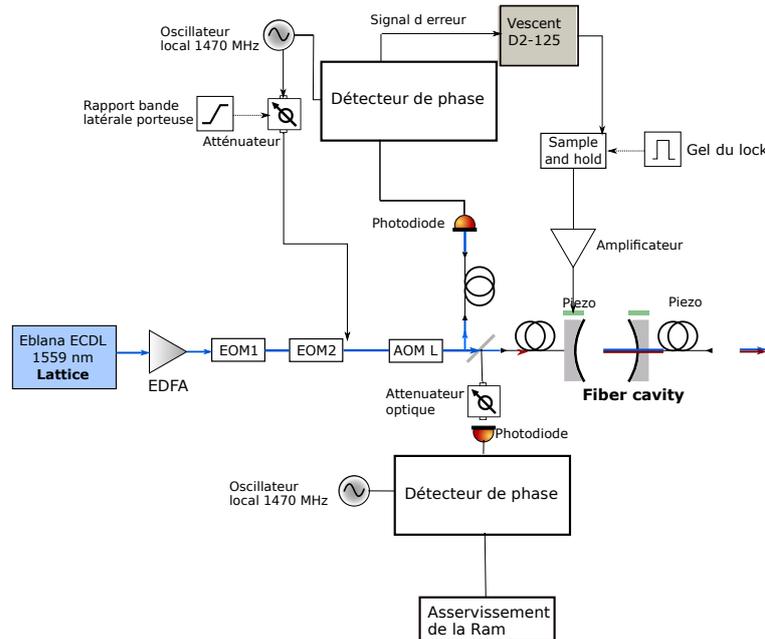


Fig. IV.4 Schéma du PDH de l'asservissement de la cavité

La lumière réfléchie par la cavité est rétro couplée dans une fibre puis détectée par une photodiode fibrée. Comme dit précédemment, le deuxième EOM va générer la modulation de phase utilisée dans la technique de Pound Drever Hall. Sa fréquence est gardée suffisamment petite comparée à la fréquence du premier EOM pour éviter la superposition des différentes bandes latérales, ce qui rendrait instable la stabilisation.

Précisons que la lumière à 1559 nm qui asservit la fréquence de la cavité optique génère aussi le piège de la cavité. Il faut s'assurer que l'asservissement soit suffisamment stable lors des rampes en intensité du laser à 1559 nm pendant la phase de chargement du réseau optique de la cavité.

Un amplificateur logarithmique inséré après la photodiode en réflexion permet de limiter le signal réfléchi lorsque l'on va atteindre de grandes intensités lumineuses dans la cavité. L'amplitude du signal d'erreur est proportionnelle au signal lumineux mesuré par la photodiode en réflexion. Plus ce signal est grand, plus le gain du signal est grand, plus l'asservissement de la fréquence atomique risque d'osciller et être instable.

La bande passante de l'asservissement de la cavité est  $\sim 30kHz$ , ce qui signifie que les fluctuations de fréquence supérieure à cette bande passante ne pourront pas être minimisées.

### IV.1.3 Stabilisation de l'intensité

La technique de Pound Drever Hall permet de compenser les fluctuations de la fréquence de cavité sans être affecté par des fluctuations d'intensité du laser. Néanmoins, des fluctuations d'intensité du laser lui même peuvent générer du chauffage paramétrique par exemple. Ces fluctuations plus rapides que sa bande passante ne seront pas minimisées. Il y a également des fluctuations plus lentes qui seront aussi minimisées par cet asservissement. Ces fluctuations peuvent réduire le temps de vie dans le piège de la cavité si elles sont proches des fréquences de piège du réseau de la cavité. Afin de les minimiser, nous agissons de manière active sur l'intensité globale du laser grâce à un modulateur acousto optique à 1559 nm. En mesurant la transmission de la cavité qui est proportionnelle à l'intensité de la cavité et en la comparant à une valeur référence, nous générons un signal d'erreur qui est la différence entre le signal de transmission et le signal de référence (cf figure IV.5)

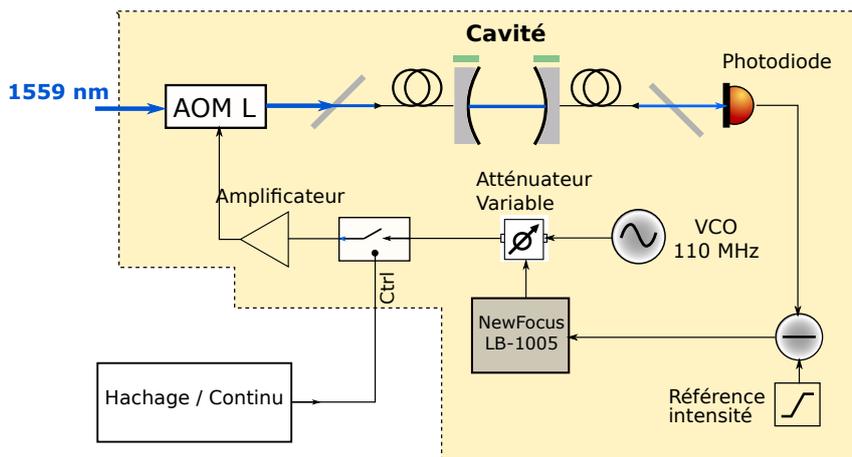


Fig. IV.5 Asservissement de l'intensité intra cavité

Cette stabilisation nous permet de générer un réseau optique de la cavité très reproductible et stable. La bande de passante est typiquement 200 kHz. La technique de Pound Drever Hall étant sensible idéalement qu'à la phase du signal, il n'est pas affecté par l'asservissement en intensité du laser à 1559 nm.

En revanche une modulation d'amplitude à la fréquence de modulation  $\Omega$  affecte l'asservissement de la fréquence de cavité. C'est celle utilisée pour la technique de Pound Drever Hall. Cette modulation d'amplitude serait alors démodulée et ajouterait une contribution supplémentaire au signal d'erreur. Cet effet a diverses origines que l'on expliquera dans la prochaine partie.

## IV.2 Stabilisation de la modulation d'amplitude résiduelle

Les modulateurs électro-optiques sont des outils très utilisés en optique, notamment pour l'asservissement actif de cavité optique. Lorsque des imperfections apparaissent lors de la modulation de phase, une modulation d'amplitude résiduelle apparaît sur l'amplitude du champ à la fréquence à laquelle la phase est modulée. Ces imperfections ont diverses origines : déformation du cristal électro optique, effet de température et effet d'étalons.

Sa conséquence principale affecte la qualité de l'asservissement. Cette modulation d'amplitude fait fluctuer le point sur lequel est asservie la fréquence de la cavité et entraîne une instabilité de la stabilisation et des déplacements longs termes de la fréquence de la cavité optique.

Plusieurs techniques ont été développées pour limiter cette modulation résiduelle d'amplitude notamment basées sur une rétroaction active sur le modulateur électro-optique lui même [90].

### IV.2.1 Origines de la RAM

Détaillons un peu les différentes sources à l'origine de cette modulation d'amplitude résiduelle (RAM).

#### a) Effets d'étalon

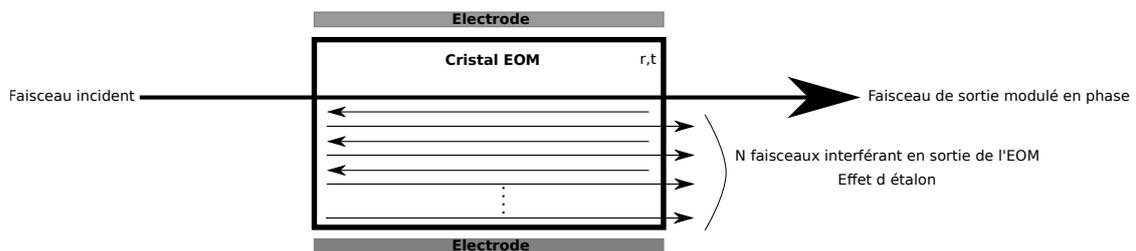


Fig. IV.6 Effet d'étalon du aux réflexions multiples sur les faces d'entrée et de sortie de l'EOM.  $r$  et  $t$  sont respectivement les coefficients de réflexion et transmission de l'interféromètre de Fabry Pérot parasite

Les effets d'étalons sont des réflexions parasites successives sur les faces d'entrée et de sortie du modulateur. Le modulateur de phase se comporte alors comme un interféromètre

de Fabry Pérot de très basse finesse avec un coefficient de réflexion et transmission en amplitude  $r$  et  $t$ . On peut dériver simplement une forme générale décrivant cette modulation en supposant que  $r \ll 1$ .

Trois phases vont intervenir [91]. La phase correspondant à la modulation de phase  $\phi_f(t) = \beta_1 \sin(\omega_m t)$  pour une onde se propageant de gauche à droite dans le cristal, une phase  $\phi_b(t) = \beta_2 \sin(\omega_m t + \epsilon)$  pour les ondes se propageant de droite à gauche dans le cristal (l'onde réfléchiée sur la face de sortie de l'EOM) et une phase correspondant à la propagation dans le cristal  $\phi_0 = knL$  où  $n$  est l'indice du cristal,  $k$  le vecteur d'onde de du champ et  $L$  la longueur de cavité. Supposons un champ en entrée de l'EOM de la forme  $E_{in} = E_0 e^{i\omega t}$ . Ecrivons le champ  $E_t$  en sortie d'EOM :

$$\begin{aligned} E_t(t) &= E_0 t e^{i\omega t} \left[ e^{i\phi_0 + i\phi_f(t)} + r^2 e^{3i\phi_0 + 2i\phi_f(t) + i\phi_b(t)} \right] \\ &= E_0 e^{i\omega t} e^{i\phi_0 + i\phi_f(t)} + \left[ 1 + r^2 e^{2i\phi_0 + i\phi_f(t) + i\phi_b(t)} \right] \end{aligned}$$

Ici on ne considère que les deux premières réflexions (une sur la face de sortie et une sur la face d'entrée).  $r$  étant très petit devant 1, toutes les autres vont rapidement devenir très faibles. Les détecteurs sont sensibles au carré du champ, exprimons  $I_t = |E_t(t)|^2$  :

$$I_t(t) = t^2 |E_0|^2 \left( 1 + r^4 + 2r^2 \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t) + 2\phi_0) \right)$$

Concentrons nous sur le terme  $\cos(\phi_f(t) + \phi_b(t) + 2\phi_0)$ .

$$\begin{aligned} \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t) + 2\phi_0) &= \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t)) \cos(2\phi_0) \\ &\quad - \sin(\phi_f(t) + \phi_b(t)) \sin(2\phi_0) \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

Exprimons également  $\phi_f(t) + \phi_b(t)$  de manière à faire apparaître deux modulations bien distinctes :

$$\begin{aligned} \phi_f(t) + \phi_b(t) &= \beta_1 \sin(\omega_m t) + \beta_2 \sin(\omega_m t + \epsilon) \\ &= (\beta_1 + \beta_2 \cos(\epsilon)) \sin(\omega_m t) + \sin(\epsilon) \beta_2 \cos(\omega_m t) \end{aligned}$$

Revenons à l'équation (IV.3) et développons là :

$$\begin{aligned} \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t) + 2\phi_0) &= \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t)) \cos(2\phi_0) - \sin(\phi_f(t) + \phi_b(t)) \sin(2\phi_0) \\ &= \cos(2\phi_0) \cos(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)) \\ &\quad - \sin(2\phi_0) \sin(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)) \end{aligned}$$

Intéressons nous aux termes :

$$\begin{aligned} S_1 &= \cos(2\phi_0) \cos(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)) \\ S_2 &= \sin(2\phi_0) \sin(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)) \end{aligned}$$

Le terme  $S_1$  peut se mettre sous la forme finale (voir Annexe 3) :

$$S_1 = \cos(2\phi_0) \left( J_0(\alpha_1) + 2 \sum_{k=1} J_{2k}(\alpha_1) \cos(2k\omega_m t) \right) \left( J_0(\alpha_2) - 2 \sum_{k=1} (-1)^k J_{2k}(\alpha_2) \cos(2k\omega_m t) \right) \\ - 4 \cos(2\phi_0) \left( \sum_{k,k'=0} J_{2k+1}(\alpha_1) J_{2k'+1}(\alpha_2) \sin((2k+1)\omega_m t) \sin((2k'+1)\omega_m t) \right)$$

On remarque qu'il n'exhibe pas de termes oscillant à la fréquence  $\omega_m$  (voir Annexe 3). Les différents double produits ne s'exprimeront jamais en fonction de  $\cos \omega_m t$  et  $\sin \omega_m t$ .

Le terme  $S_2$  en revanche contient des termes proportionnels à  $\cos(\omega_m t)$  et  $\sin \omega_m t$  :

$$S_2 = 2J_0(\alpha_2) \left( \sum_{k=0} J_{2k+1}(\alpha_1) \sin((2k+1)\omega_m t) \right) \\ \left( -4 \sum_{k=1,k'=0} (-1)^k J_{2k}(\alpha_2) J_{2k'+1}(\alpha_1) \cos(2k\omega_m t) \sin((2k'+1)\omega_m t) \right) \\ + \left( J_0(\alpha_1) \sum_{k=0} (-1)^k J_{2k+1}(\alpha_2) \sin((2k+1)\omega_m t) \right) \\ + 4 \left( \sum_{k=1,k'=0} J_{2k}(\alpha_1) (-1)^{k'} J_{2k'+1}(\alpha_2) \cos((2k'+1)\omega_m t) \cos(2k\omega_m t) \right)$$

Ce long terme possède des composantes proportionnelles à  $\cos(\omega_m t)$  et  $\sin(\omega_m t)$ . En effet les produits  $\cos(2k\omega_m t) \sin((2k'+1)\omega_m t)$  et  $\cos(2k\omega_m t) \cos((2k'+1)\omega_m t)$  peuvent être réécrits :

$$\cos(2k\omega_m t) \sin((2k'+1)\omega_m t) = \frac{1}{2} [\sin(2(k'-k) + \omega_m t) + \sin(2(k'+k) + \omega_m t)] \\ \cos(2k\omega_m t) \cos((2k'+1)\omega_m t) = \frac{1}{2} [\cos(2(k'-k) + \omega_m t) + \cos(2(k'+k) + \omega_m t)]$$

Dès que  $k = k'$  dans  $S_2$ , un terme oscillant à la fréquence  $\omega_m$  apparait en phase (c'est à dire s'exprimant en  $\sin(\omega_m t)$ ) avec la modulation de fréquence ou en quadrature de phase avec elle (composante en  $\cos(\omega_m t)$ ).

Ces termes affecteront la qualité de l'asservissement de la fréquence de la cavité dès qu'ils seront démodulés à la fréquence de modulation du PDH.

## b) Cas d'un mauvais alignement de la polarisation

Pour effectuer une modulation de phase parfaite, il faut s'assurer que la polarisation du champ incident soit bien alignée avec un des axes propres du cristal [92]. Considérons le cas où la polarisation d'entrée possède un angle  $\epsilon$  avec l'axe propre  $y'$  de la lame et suivons les étapes inspirées de [92]. L'indice de réfraction du cristal selon l'axe  $y'$  sera noté  $n_e$ , celui selon l'axe  $x'$   $n_o$ . Supposons que le champ incident  $E_{in} = E_0 e^{i\omega t}$  est aligné selon l'axe  $y$  faisant un  $\epsilon$  avec l'axe  $y'$ . Une fois dans le cristal, ce champ se décompose selon les deux axes propres  $x'$  et  $y'$  :

$$E_{in}(t) = E_0 e^{i\omega t} (\cos \epsilon y' + \sin \epsilon x')$$

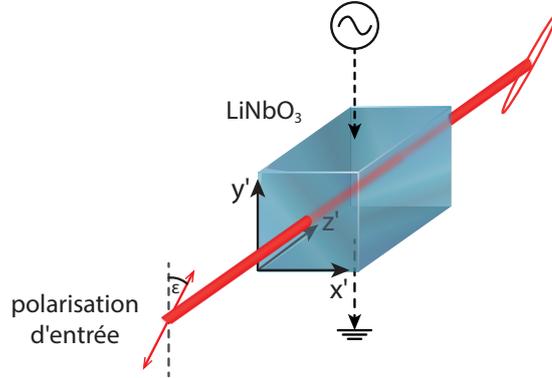


Fig. IV.7 Schéma des axes propres du cristal

Le cristal étant biréfringent, les déphasages selon  $\mathbf{y}'$  et  $\mathbf{x}'$  ne sont pas identiques. Le champ  $E_{out}(t)$  en sortie de modulateur vaut :

$$E_{out}(t) = E_0 e^{i\omega t} (\cos \epsilon e^{ikn_e L + i\delta_e \sin(\omega_m t)} \mathbf{y}' + \sin \epsilon e^{ikn_o L + i\delta_o \sin(\omega_m t)} \mathbf{x}')$$

où  $\delta_e$  et  $\delta_o$  sont respectivement les indices de modulation selon l'axe  $\mathbf{y}'$  et  $\mathbf{x}'$ .

Avant de projeter le champ  $E_{out}$  sur la direction portée par  $y$  afin de mettre en évidence une modulation d'amplitude du champ, exprimons les vecteurs  $\mathbf{y}'$  et  $\mathbf{x}'$  en fonction de  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= \cos \epsilon \mathbf{x} + \sin \epsilon \mathbf{y} \\ \mathbf{y}' &= \cos \epsilon \mathbf{y} - \sin \epsilon \mathbf{x} \end{aligned}$$

Projetons maintenant le champ  $E_{out}$  sur l'axe  $y$ , direction initiale du champ  $E_{in}$  :

$$\begin{aligned} E_{out(t)} \cdot \mathbf{y} &= E_0 e^{i\omega t} (\cos(\epsilon)^2 e^{i\phi_1(t)} + \sin(\epsilon)^2 e^{i\phi_2(t)}) \\ E_{out(t)} \cdot \mathbf{x} &= E_0 e^{i\omega t} (-\cos(\epsilon) \sin(\epsilon) e^{i\phi_1(t)} + \cos(\epsilon) \sin(\epsilon) e^{i\phi_2(t)}) \end{aligned}$$

Dans le cas d'une modulation de phase parfaite effectuée le long d'un des axes propres du cristal, l'intensité du champ en sortie est constante et vaut  $|E_0|^2$ . Calculons l'intensité du champ  $E_{out}$  dans le cas où l'alignement de la polarisation n'est pas parfait :

$$\begin{aligned} |E_{out}|^2 &= |E_0|^2 |e^{i\omega t} (\cos(\epsilon)^2 e^{i\phi_1(t)} + \sin(\epsilon)^2 e^{i\phi_2(t)})|^2 \\ &= |E_0|^2 (\cos(\epsilon)^4 + \sin(\epsilon)^4 + 2 \cos(\epsilon)^2 \sin(\epsilon)^2 \text{Re}(\sum_n J_n(\beta) e^{in\omega_m t + \Delta\Phi_0})) \\ &= |E_0|^2 (\cos(\epsilon)^4 + \sin(\epsilon)^4 + 2 \cos(\epsilon)^2 \sin(\epsilon)^2 \sum_n J_n(\beta) \cos(\omega_m t + \Delta\Phi_0)) \\ &= |E_0|^2 (\cos(\epsilon)^4 + \sin(\epsilon)^4 \\ &\quad + 2 \cos(\epsilon)^2 \sin(\epsilon)^2 \sum_n J_n(\beta) [\cos(n\omega_m t) \cos(\Delta\Phi_0) - \sin(n\omega_m t) \sin(\Delta\Phi_0)]) \end{aligned} \quad \text{IV.4}$$

avec :

$$\begin{aligned}\beta &= \delta_e - \delta_o \\ \Delta\Phi_0 &= kn_e L - kn_o L\end{aligned}\tag{IV.5}$$

La modulation de phase à la fréquence  $\omega_m$ , tout terme oscillant à cette même fréquence et en phase avec le signal de modulation de phase devient problématique. En effet, dans le cadre de la technique de Pound Drever Hall, le signal de réflexion de la cavité est démodulé à la fréquence  $\omega_m t$ . Si l'amplitude oscille à cette fréquence, elle contribue au signal d'erreur sous forme de fluctuation générale de la ligne de fond du signal d'erreur comme nous le verrons.

Remarquons également que la modulation de l'amplitude apparait lorsque la polarisation du champ de sortie est projetée sur une direction donnée (dans notre exemple, nous avons pris la même direction que celle en entrée). Ce qui signifie que sans projection, il n'y aurait pas de modulation d'amplitude. Dans les expériences, ce qui peut induire ce type d'effet sont les différents éléments optiques polarisant qui peuvent soit projeter soit mélanger les deux axes de polarisation (perte de polarisation, miroir dichroïque etc...)

Pour illustrer notre précédent propos, analysons l'effet de la modulation d'amplitude résiduelle sur l'asservissement de la cavité optique.

#### IV.2.2 Effet de la modulation d'amplitude résiduelle sur l'asservissement de la cavité optique

Supposons un  $E$  sous la forme,

$$E = E_0(1 + \epsilon \sin(\omega_m t + \phi))e^{i(\omega t + \beta \sin \omega_m t)}$$

La réflexion  $E_r(t)$  de ce champ à l'entrée de la cavité s'écrit :

$$E_r(t) = E_0 e^{i\omega t} (1 + \epsilon \sin(\omega_m t + \phi)) \sum_n J_n(\beta) F(\omega + n\omega_m) e^{in\omega_m t}$$

En s'inspirant de la formule (IV.2) et sous l'hypothèse  $\beta \ll 1$ , il vient :

$$\begin{aligned}I_r &= |E_0|^2 (1 + \epsilon^2 \sin^2(\omega_m t) + 2\epsilon \sin(\omega_m t)) [J_0(\beta)^2 |F(\omega)|^2 + J_1(\beta)^2 |F(\omega + \omega_m)|^2 \\ &+ J_1(\beta)^2 |F(\omega - \omega_m)|^2 + 2J_0(\beta)J_1(\beta) (Re(-F^*(\omega + \omega_m) - 1) \cos(\omega_m t) - \\ &Im((-F^*(\omega + \omega_m) - 1) \sin(\omega_m t)) + 2\omega_m \text{termes}] \end{aligned}$$

Si nous nous concentrons uniquement sur le terme proportionnel à  $\sin \omega_m t$ , le signal d'erreur  $S_{ram}$  démodulé par la fonction  $\sin \omega_m t$  se met sous la forme :

$$\begin{aligned}S &= 2|E_0|^2 J_0(\beta)J_1(\beta) Im(-F^*(\omega + \omega_m) - 1) \\ &+ 2|E_0|^2 \epsilon \cos(\phi) (J_0(\beta)^2 + J_1(\beta)^2 |F(\omega + \omega_m)|^2 + J_1(\beta)^2 |F(\omega - \omega_m)|^2)\end{aligned}$$

On observe que la modulation d'amplitude agit comme une fluctuation générale du signal d'erreur. Un signal asservi correspond à un signal d'erreur  $S = 0$ . Ici cette condition

dépend maintenant également de la contribution due à la modulation résiduelle d'amplitude.

Pour s'affranchir de cette modulation d'amplitude, plusieurs méthodes sont possibles dont l'une est la rétroaction sur le modulateur électro optique générant la modulation d'amplitude résiduelle. C'est celle que nous détaillerons et qui a été mise en place [90]

### IV.2.3 Correction des effets de modulation résiduelle d'amplitude

#### a) Principe de la correction

Suivant le schéma mis en place dans [90], nous soumettons le modulateur électro optique à une tension continue  $V_{DC}$  aux bornes de ces électrodes. Il est alors possible d'agir sur les indices ordinaire et extraordinaire pour rendre le déphasage  $\Delta\phi_0$  de (IV.5) égale à zero. En s'inspirant de [92], l'effet de la tension continue sur les deux axes ordinaires et extraordinaires s'écrit sur le champ de sortie de l'EOM :

$$E_{out}(t) = E_0 e^{i\omega t} \left( \cos \epsilon e^{ikn_e L + i\delta_e \sin(\omega_m t) + i\phi_{DC,e}} \mathbf{y}' + \sin \epsilon e^{ikn_o L + i\delta_o \sin(\omega_m t) + i\phi_{DC,o}} \mathbf{x}' \right)$$

On écrit dans la suite :

$$\Delta\Phi_{DC} = \phi_{DC,e} - \phi_{DC,o}$$

En écrivant (IV.4), l'intensité du champ de sortie en y ajoutant  $\Delta\Phi_{DC}$  à  $\Delta\Phi_0$ , il vient :

$$\begin{aligned} I_{out} = |E_0|^2 & \left( \cos(\epsilon)^4 + \sin(\epsilon)^4 \right. \\ & + 2 \cos(\epsilon)^2 \sin(\epsilon)^2 \sum_n J_n(\beta) [ \cos(n\omega_m t) \cos(\Delta\Phi_0 + \Delta\Phi_{DC}) \\ & \left. - \sin(n\omega_m t) \sin(\Delta\Phi_0 + \Delta\Phi_{DC}) \right] \end{aligned}$$

En rendant la quantité  $\sin(\Delta\Phi_0 + \Delta\Phi_{DC}) = 0$ , le terme oscillant en phase avec la modulation de phase devient nul. C'est ce terme sur lequel la rétroaction agira. Pour le signal en quadrature de phase, le terme à annuler sera  $\cos(\Delta\Phi_0 + \Delta\Phi_{DC})$

#### b) Mise en oeuvre expérimentale

Comme nous l'avons exprimé, en appliquant une tension  $DC$  aux bornes du modulateur électro optique, il est possible de minimiser les effets de modulation d'amplitude sur le signal de sortie de l'EOM.

La rétroaction doit s'effectuer sur le modulateur à la base du PDH. La figure présente le schéma général de l'asservissement :

Le deuxième EOM, contrôlé à la fréquence  $\nu_2 = 1480$  MHz est celui utilisé dans la technique de Pound Drever Hall. Il est donc asservi afin de minimiser la modulation d'amplitude résiduelle (RAM). Le premier EOM, contrôlé à la fréquence  $\nu_2 \sim 6000$  MHz est aussi soumis à une tension  $V_1$  permettant également d'ajuster la RAM. Précisons que

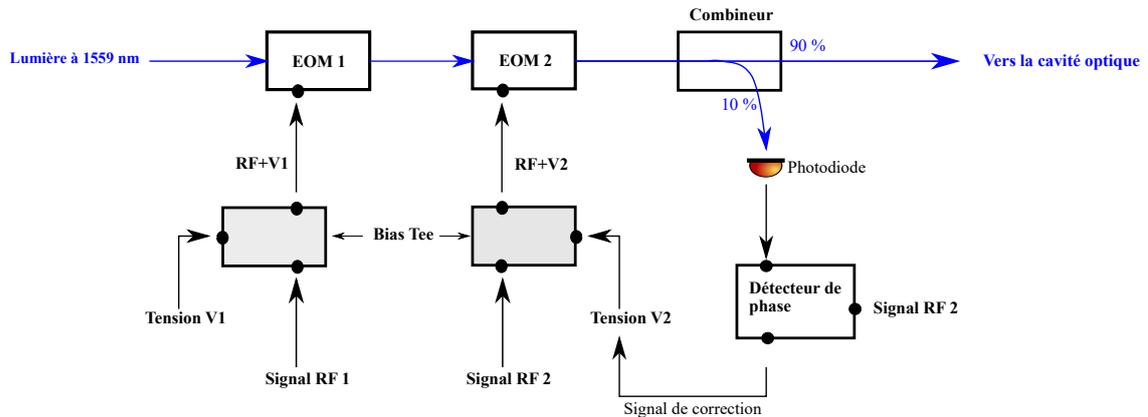


Fig. IV.8 Schéma générale de la minimisation de la modulation d'amplitude résiduelle

l'ajout de cette tension est motivé par des considérations empiriques.<sup>2</sup> On a observé qu'ajouter cette tension  $V_1$  avait un effet de régulation sur la position à laquelle on asservissait la RAM, notamment sur le choix du signe du signal d'erreur. En toute logique, le signal de la photodiode n'étant pas démodulé à la fréquence  $\nu_1$ , cet EOM ne devrait pas avoir d'effet.

Une première mesure a consisté en la mesure des effets de la RAM sur la fréquence de cavité. Les fluctuations de la fréquence de la cavité optique sont déduites de la mesure de la transmission de la cavité en supposant que l'intensité du laser ne fluctue pas pendant la phase de mesure.

### c) Résultats

La transmission de la cavité optique  $T(\nu)$  suit un profil lorentzien :

$$T(\nu) = \frac{A}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\kappa}\right)^2}$$

où  $\kappa$  est la demi largeur à mi hauteur de la cavité optique,  $\nu$  la fréquence du laser pompant la cavité et  $\nu_0$  la fréquence de résonance de la cavité. On souhaite mesurer les fluctuations temporelles de la fréquence de la cavité  $\omega_0(t)$  dues à la RAM. La fréquence de la sonde est générée par un EOM et est fixe. Cette sonde est couplée et est distante de  $\kappa$  de la fréquence  $\omega_0$  de la cavité optique. En la positionnant sur la pente, on devient plus sensible aux fluctuations d'intensité.

Si nous renversons le problème. La sonde étant fixe, la cavité est donc asservie à  $\kappa$  de la sonde. La fréquence de cavité subit des fluctuations  $\delta\epsilon$ . Notons  $\omega_0(t) = \omega_0 + \delta\epsilon(t)$  où

2. Un élément très intéressant est la réponse de Kant à l'antinomie sur les idées vraies entre cartésiens et empiristes. Sa réponse donne naissance à ce qu'on appelle le schématisme qui lie sensible et intelligible. C'est à dire que l'on va mesurer certaines quantités sensibles tout en respectant une logique, un schéma bien défini par des concepts qui existent avant l'expérience. Par exemple le principe de causalité est une vérité bien établie, sur laquelle il n'y a aucun doute. Mais son usage devient empirique ou sensible à partir du moment où on l'utilise dans un problème du sensible

$\nu - \nu_0 = \kappa$ . Il vient :

$$T(\delta\epsilon) = \frac{A}{1 + \left(\frac{\kappa - \delta\epsilon}{\kappa}\right)^2}$$

En faisant un développement limité de  $T(\delta\epsilon)$  autour de  $\delta\epsilon = 0$ , on a :

$$T(\delta\epsilon) = T(\delta\epsilon = 0) + \frac{\partial T}{\partial \delta\epsilon}(\delta\epsilon = 0)\delta\epsilon$$

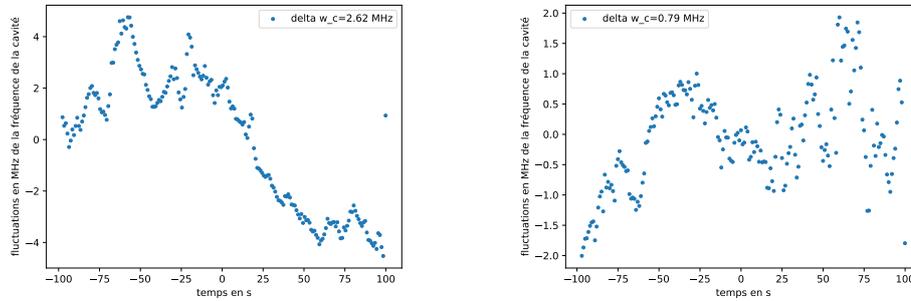
$$T(\delta\epsilon) = T(\delta\epsilon = 0) - \frac{A}{2\kappa}\delta\epsilon$$

$$T(\delta\epsilon) = T(\delta\epsilon = 0)\left(1 - \frac{\delta\epsilon}{\kappa}\right)$$

Ici  $T(\delta\epsilon)$  est la transmission de la sonde située à  $\kappa$  de la cavité. Les fluctuations de fréquence de cavité sont déduites des fluctuations d'intensité de la sonde transmises  $\Delta T = T(\delta\epsilon) - T(\delta\epsilon = 0)$  :

$$\delta\epsilon = \frac{\kappa\Delta T}{T(\delta\epsilon = 0)}$$

**Mesure des effets de la RAM** En se plaçant dans le régime précédent et en analysant la stabilité long terme de la fréquence de la cavité, on obtient des fluctuations de la fréquence de cavité optique autour de sa valeur moyenne égale à 2.6 MHz comme indiquées sur la figure IV.9a.



(a) Fluctuation de la fréquence de cavité dans le cas où l'asservissement de la RAM n'est pas actif  
 (b) Fluctuations de la fréquence de cavité dans le cas où l'asservissement de la RAM est actif

Fig. IV.9 Effet de la RAM avec et sans rétroaction sur l'EOM

Lorsque la stabilisation de la RAM est active, on mesure des fluctuations autour de la valeur moyenne de la fréquence de cavité optique de l'ordre de 0.8 MHz comme indiqué sur la figure IV.9b.

La stabilisation active divise par 3 les fluctuations de la fréquence de la cavité. Ce qui sera très utile pour les mesures du nombre d'atome à l'aide de la cavité (section suivante).

#### d) Stabilité de la fréquence de cavité

Pour effectuer une mesure dispersive du nombre d'atomes précise qui repose sur la position de la fréquence de cavité en présence d'atomes, il faut s'assurer de la stabilité de la fréquence de la cavité. Une source de fluctuations de la fréquence de la cavité optique est la modulation résiduelle d'amplitude qui présente encore quelques instabilités bien qu'elle soit en partie asservie. Elle produit notamment des fluctuations de la mesure dispersive du nombre d'atomes de plusieurs MHz, entraînant des erreurs d'estimations du nombre d'atomes (2 MHz de fluctuations équivaut à des fluctuations de 8 atomes pour une profondeur de piège de  $272 \mu\text{K}$ ).

Une étude de la stabilité de la fréquence de cavité sans atomes a été effectuée en mesurant les positions fréquentielles de la cavité sans atomes à deux positions temporelles d'une même séquence.

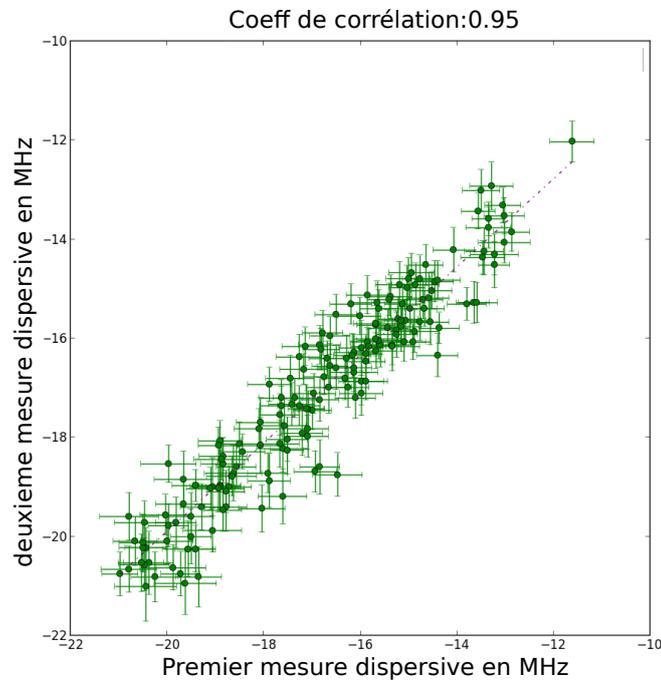
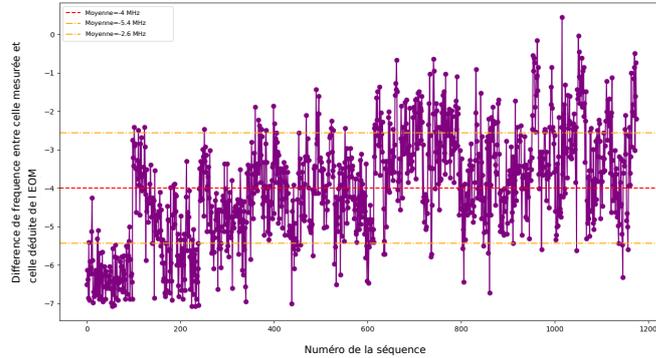


Fig. IV.10 *Corrélation entre deux mesures de cavité vide au sein d'une même séquence*

On constate une bonne corrélation entre les deux mesures de cavité sans atomes. Pour une première mesure donnée, l'erreur sur la deuxième mesure de cavité vide peut fluctuer au maximum sur 2 MHz.

De plus, si on s'intéresse aux fluctuations de la cavité sans atomes au cours du temps, on remarque qu'il est judicieux de la mesurer en fin de séquence. En effet les fluctuations de fréquence de cavité sans atomes peuvent dépasser 4 MHz coup à coup (cf figure IV.11), ce qui correspond à une erreur 16 atomes sur le nombre réel d'atomes à la profondeur  $272 \mu\text{K}$ .

Fig. IV.11 *Fluctuations de la cavité sans atomes*

### IV.3 Calibration du nombre d'atomes par la mesure dispersive

La cavité est un outil intéressant pour effectuer une mesure du nombre d'atomes. Le nombre d'atomes est déduit de la position fréquentielle de la cavité contenant des atomes par rapport à la position d'une cavité n'en contenant pas (cavité sans atomes). Pour cela, on se place dans un régime appelé régime dispersif, c'est à dire vérifiant  $\Delta_{ac} = \omega_c - \omega_a \gg \Omega$  où  $\omega_a$  est la fréquence de la transition atomique,  $\omega_c$  la fréquence de la cavité vide et  $\Omega$  la fréquence de Rabi à  $N$  atomes ou couplage collectif. Le déplacement par atome de la cavité est de l'ordre de la centaine de kHz ( $\sim 250$  kHz/atome pour une profondeur de piège de  $270 \mu\text{K}$ ). Après asservissement de la RAM la fréquence de cavité fluctue de  $0.8$  MHz (voir partie précédente c)). La mesure du nombre d'atomes ne pourra pas être plus précise que cette valeur qui correspond à 3 atomes.

#### IV.3.1 Quelques rappels théoriques

Pour atteindre ce régime dispersif de la CQED, nous accordons la cavité sur la transition  $|F = 2, m_F = -2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 3\rangle$  du  $^{87}\text{Rb}$  puis pompes les atomes dans l'état  $F = 1$  du  $^{87}\text{Rb}$ . On obtient ainsi un décalage naturel permis par la structure énergétique du  $^{87}\text{Rb}$  de  $\Delta_{ac} \sim 6.8$  GHz (voir figure IV.12)

Étudions le comportement des deux modes propres du hamiltonien de Jaynes Cummings dans le régime très désaccordé  $\Delta_{ca} = \omega_c - \omega_a \gg \Omega$  où  $\Omega = g\sqrt{N}$ . La position énergétique des deux modes propres est donnée par :

$$\omega_+ = \omega_a + \frac{\Delta_{ca}}{2} + \sqrt{\Omega^2 + \frac{\Delta_{ca}^2}{4}}$$

$$\omega_- = \omega_a + \frac{\Delta_{ca}}{2} - \sqrt{\Omega^2 + \frac{\Delta_{ca}^2}{4}}$$

$g$  est la fréquence de Rabi à un atome ou force de couplage à un atome. Dans le cas du régime dispersif, on effectue un développement limité en  $\frac{\Omega}{\Delta_{ca}}$  de ces énergies propres :

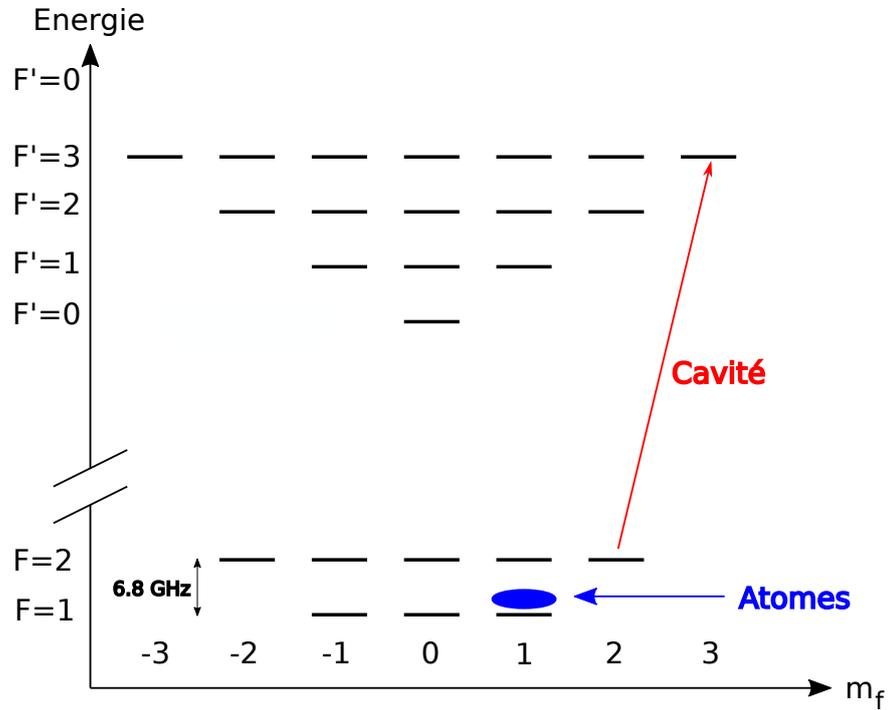


Fig. IV.12 Schéma récapitulant la transition sur laquelle on asservit la cavité et l'état dans le quel sont pompés les atomes. Les atomes sont pompés dans un sous état  $m_f = 1$  de  $F = 1$ . Ce qui décale automatiquement la cavité des atomes de l'écart hyperfin

$$\omega_+ = \omega_a + \frac{\Delta_{ca}}{2} + \frac{\Delta_{ca}}{2} \left(1 + \frac{4g^2 N}{2\Delta_{ca}^2}\right)$$

$$\omega_- = \omega_a + \frac{\Delta_{ca}}{2} - \frac{\Delta_{ca}}{2} \left(1 + \frac{4g^2 N}{2\Delta_{ca}^2}\right)$$

Soit finalement :

$$\omega_+ = \omega_c + \frac{g^2 N}{\Delta_{ca}}$$

$$\omega_- = \omega_a - \frac{g^2 N}{\Delta_{ca}} \quad (\text{IV.6})$$

Le mode de haute énergie possède une composante photonique importante car il est très proche de la cavité optique sans atomes. Le mode de basse énergie est quant à lui plus couplé avec le mode atomique.

En mesurant le décalage fréquentiel du mode de haute d'énergie par rapport à la cavité vide, on déduit le nombre d'atomes piégés dans  $F = 1$ .

Historiquement deux tentatives de mesure du nombre d'atomes ont été réalisées. Une première méthode basée sur la perte d'atomes pour sonder la position dispersive de la cavité. Une autre méthode quant à elle basée sur la mesure directe de la position de la cavité dispersée à l'aide du balayage d'un VCO.

### IV.3.2 Balayage de la cavité dispersée par pertes d'atomes

Lorsqu'on analyse l'équation (IV.6), on remarque que la position du mode de haute d'énergie qu'on appellera cavité dispersée dépend du nombre d'atomes  $N$ . Quand  $N$  varie, la position de ce mode varie également. Pour mesurer la transmission de la cavité, il faut pomper la cavité à l'aide d'un laser pompe à la fréquence  $\omega_p$ . Imaginons maintenant un protocole expérimental.

Fixons la fréquence de la pompe à une valeur  $\omega_p$ . Celle-ci n'est pas au départ résonante avec la cavité dispersée. Lorsque  $N$  va décroître, la position fréquentielle de la cavité dispersée croise la position fréquentielle de la pompe (cf figure IV.13). La pompe est alors transmise. Il est alors possible de déduire le nombre d'atomes correspondant à la position fréquentielle  $\omega_+$  de la cavité dispersée vérifiant  $\omega_+ = \omega_p$ . Ce sont donc les pertes d'atomes qui vont permettre de sonder la position de la pompe.

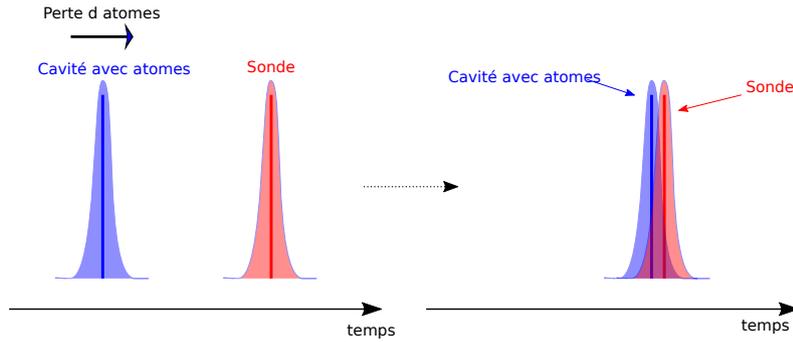


Fig. IV.13 Schéma de la première méthode de mesure dispersive

Le profil de transmission de la cavité est une lorentzienne de demi largeur à mi hauteur  $\kappa = 2\pi \times 15$  MHz

$$T(\omega_p) = \frac{A}{1 + \frac{(\omega_p - \omega_0)^2}{\kappa^2}}$$

où  $\omega_0$  est la position en fréquence de la cavité,  $A$  l'amplitude maximale de transmission,  $\kappa$  la demi largeur à mi hauteur et  $\omega_p$  la fréquence de la pompe.

En mesurant la transmission de la lumière à la fréquence  $\omega_p$  à la fin de la mesure dispersive, nous déduisons la position de la cavité dispersée  $\omega_0$  par rapport à la position du laser pompe (cf figure IV.14).

Cette technique possède plusieurs inconvénients. La durée de la mesure est assez longue (10 ms). Bien qu'on soit dans un régime très désaccordé, une pompe allumée si longtemps chauffe le nuage d'atomes froids, réduisant le temps de vie dans le réseau optique de la cavité. Un autre inconvénient est l'hypothèse que la largeur à mi hauteur de la transmission de la cavité dispersée est égale à  $2\kappa$ . Dans un système homogène, la largeur à mi hauteur

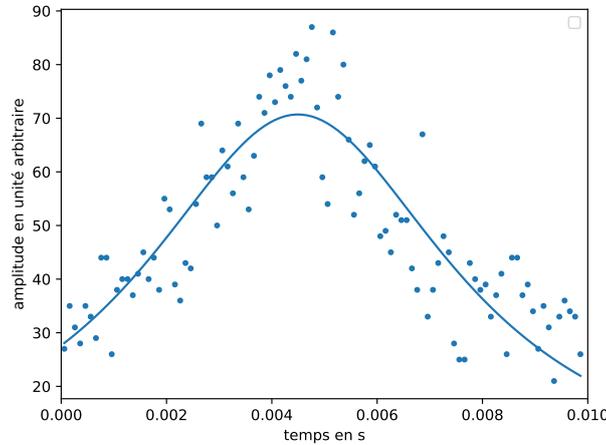


Fig. IV.14 Pic de cavité dispersé

du mode de la cavité dispersée est égal à  $2\kappa$ . Mais dans le cas d'un système inhomogène, la contribution de l'ensemble des atomes peut élargir ce mode.

Afin de s'affranchir de l'hypothèse sur la largeur en fréquence de la cavité et d'une pompe trop longtemps allumée, nous avons opté pour une rampe de la fréquence de la pompe à l'aide d'un oscillateur commandé en tension (VCO) et une mesure directe de la position de la cavité dispersée pour s'épargner le critère sur la largeur du mode dispersé.

### IV.3.3 Mesure dispersive du nombre d'atomes à l'aide d'un laser sonde rampé en fréquence

Cette méthode consiste en une rampe de la fréquence de la pompe. La pompe est générée après un double passage dans un modulateur acousto optique contrôlé par un signal RF à 110 MHz (cf figure IV.15).

La fréquence de la pompe est décalée de 220 MHz par rapport à la fréquence optique d'entrée dans l'AOM. Pour effectuer la rampe en fréquence de la pompe, on utilise un générateur de tension qui génère une rampe de la tension délivrée au VCO qui a été calibré (cf figure IV.16). La rampe est effectuée autour de 110 MHz sur une gamme de  $\pm 10$  MHz. L'AOM étant monté en en double passage, la fréquence de la pompe subit une rampe d'amplitude de  $\pm 20$  MHz autour de sa valeur moyenne. Le faisceau pompe est ensuite modulé en phase par un modulateur electro optique. L'ordre  $-1$  de cette modulation est couplé dans la cavité optique. L'AOM étant en amont de cet EOM, la rampe de fréquence sur l'AOM se transfère également sur l'ordre  $-1$  de la modulation de phase.

La régression quadratique permet de prendre en compte de possibles effets non linéaires lors de la rampe de la tension du VCO et donne une fréquence en sortie du VCO de la forme :

$$\nu_{AOM} = -0.38V^2 + 9.7V + 85.4$$

où  $V$  est la tension appliquée au VCO. Cette calibration sera utilisée lors des futures prises de données.

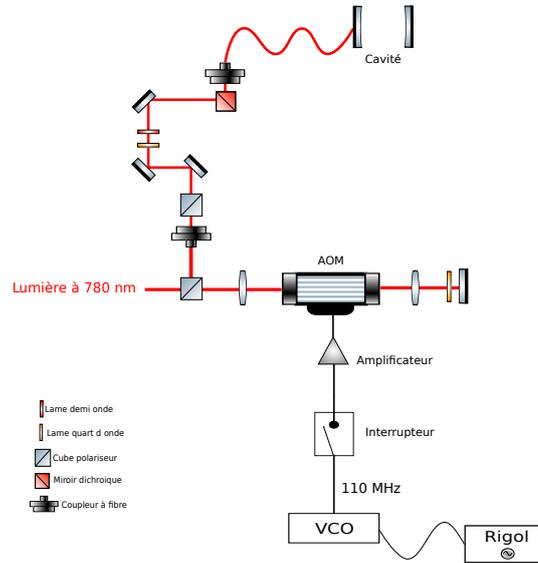


Fig. IV.15 Schéma optique de la sonde

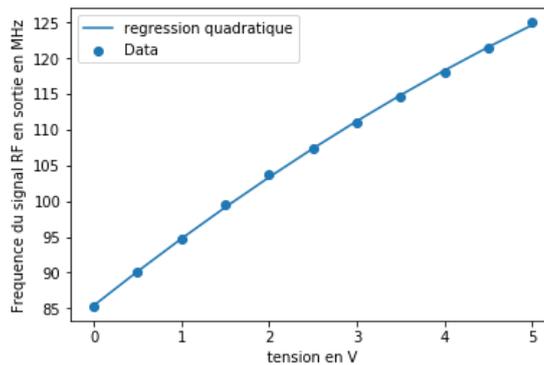


Fig. IV.16 Calibration du VCO de la sonde

Il faut également prendre conscience des effets d'efficacité de l'AOM lors de la rampe en fréquence et veiller à ce que l'amplitude ne varie que très peu lors de la rampe en fréquence sur le signal RF contrôlant l'AOM de la pompe. La variation de l'amplitude due à l'efficacité de l'AOM a été mesurée et est en dessous de 1%.

La rampe du VCO a une durée typique de 1 ms et une amplitude pic à pic de 4 V, correspondant à  $\pm 20$  MHz d'extension fréquentielle autour de la fréquence moyenne de la pompe.

Une fois tous ces réglages optimisés, on effectue une mesure du nombre d'atomes à l'aide de la cavité (figure IV.17). La transmission de la cavité est enregistrée à l'aide d'un compteur de photon unique (SPCM). La rampe en fréquence de la pompe est décroissante. Nous évitons ainsi une rampe dans le sens des pertes d'atomes qui sont susceptibles d'élargir la transmission de la cavité dispersée. On remarque que la demi largeur à mi hauteur de la cavité est proche de 15 MHz, ce qui est rassurant. La petite différence peut

s'expliquer par des inhomogénéités de couplage (cf figure IV.17). Nous n'avons pas plus détaillé le léger élargissement de la demi largeur à mi hauteur. On peut expliquer les fortes oscillations de cette courbe par l'oscillation des atomes dans le réseau optique de la cavité qui modifient la valeur de la force de couplage  $g$  au cours du balayage de la sonde<sup>3</sup>

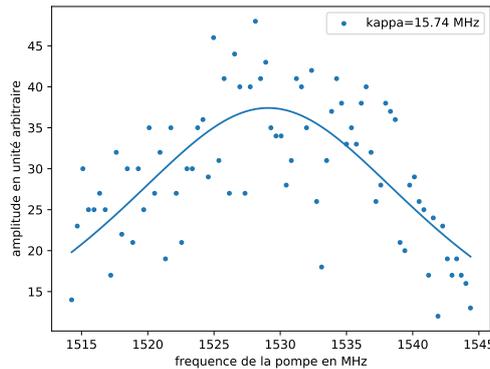


Fig. IV.17 *Mesure dispersive du nombre d'atomes en balayant la fréquence de la sonde à l'aide d'un VCO*

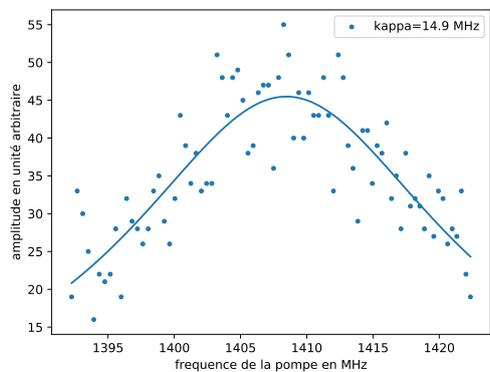


Fig. IV.18 *Mesure de la transmission de la cavité à l'aide de la rampe du VCO*

Dans le cas d'une cavité sans atomes, la demi largeur à mi-hauteur est bien celle attendue et vaut 15 MHz (cf figure IV.18).

Précisons qu'à l'inverse de la technique précédente, il n'est pas nécessaire de connaître la largeur en fréquence de la cavité dispersée. Le nombre d'atomes est directement déduit de la position en fréquence du maximum de la transmission de la cavité avec atomes. La position du maximum de la lorentzienne est donnée avec une précision de 0.6 MHz.

3. Voir le manuscrit de Pierre-Antoine Bourdel pour plus de précision

## IV.4 Mesure du doublet de Rabi

Une des premières vérifications du couplage atomes-photons est la mesure du doublet de Rabi du vide. Elle nous confirme le régime de couplage fort, c'est à dire  $g \gg \kappa, \gamma$  où  $g$  est la force de couplage à un atome avec le mode de cavité,  $\kappa$  la demi largeur à mi hauteur et  $\gamma$  la largeur naturelle de la transition  $D_2$ . Un des éléments cruciaux dont il faut s'assurer la stabilité est la reproductibilité des balayages de la rampe en fréquence mesurant le doublet de Rabi du vide. Dans cette partie on s'attache à décrire la compensation des effets non linéaires de la rampe en fréquence du laser sondant les modes propres du système atomes-cavité. Puis nous exposons la méthode de mesure des déplacements lumineux à l'aide du doublet de Rabi.

### IV.4.1 Compensation de la non-linéarité du balayage

Le doublet de Rabi vide est balayé à l'aide d'un laser sonde générant une rampe en fréquence sur des dizaines de GHz<sup>4</sup> (voir figure IV.19).

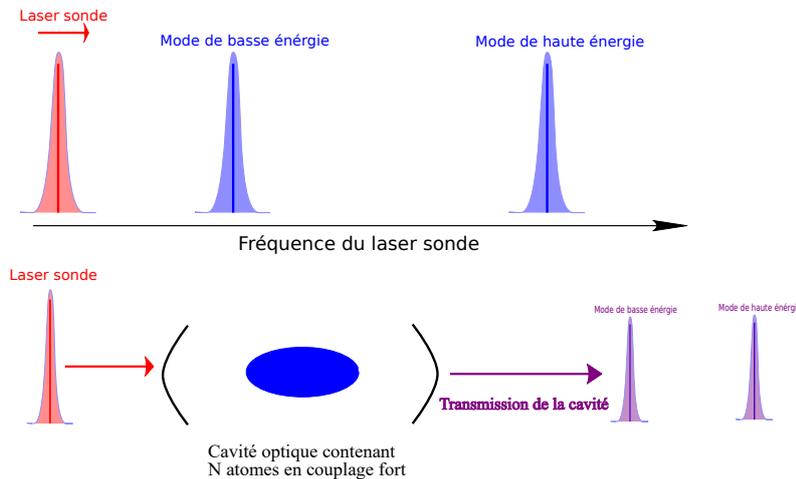


Fig. IV.19 Schéma de mesure du doublet de Rabi. Un laser sonde mesure les modes du système atome cavité. Lorsqu'il est résonant avec un des modes, la sonde se couple avec le mode cavité. On mesure alors une transmission non nulle

Le balayage en fréquence est généré à l'aide de l'élément piézoélectrique du laser de sonde qui induit des effets non linéaires. En effet la rampe en tension aux bornes du piézoélectrique n'implique pas forcément un déplacement linéaire du piézoélectrique du laser proportionnel à la tension appliquée.

Afin d'étudier ces non linéarités du balayage, la cavité sans atomes a été sondée avec un peigne de fréquence de pas égal à 800 MHz. L'écart en fréquence entre chaque dent du peigne étant connu, on déduit la caractéristique en fréquence de la rampe du piézoélectrique du laser sonde. C'est à dire que l'axe temporel du balayage est converti en fréquence. Si la rampe du piézoélectrique était parfaitement linéaire, alors l'écart en fréquence entre chaque dent du peigne mesuré en transmission serait constant. Toutes les dents sont mesurées lors d'un même balayage qui dure une durée de 8 ms. Le laser sonde est balayé en

4. Laser Velocity de New focus, Modèle TLB-6712

fréquence, chaque dent se couple successivement avec le mode de cavité (cf figure IV.20) Cette mesure nous permet de convertir l'axe temporel en un axe en fréquence :

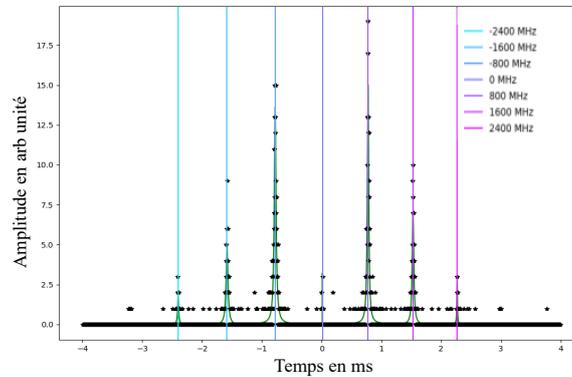


Fig. IV.20 Peigne de fréquence sondé par le laser de la sonde. Chaque ligne correspond à une dent du peigne de fréquence

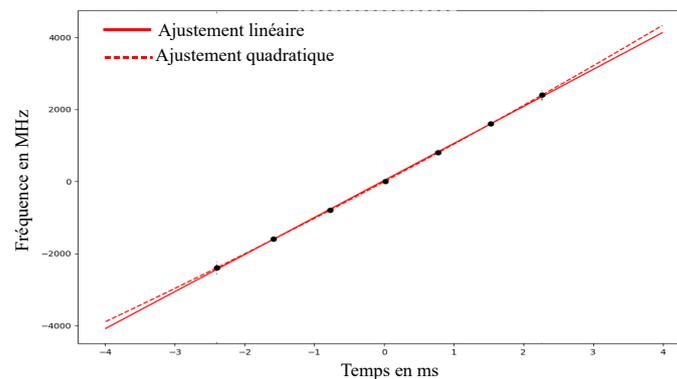


Fig. IV.21 Régression quadratique de la calibration temps-fréquence du balayage du laser sonde

La régression quadratique est présentée sur la figure IV.21. On remarque sur la figure IV.21 que la régression quadratique est celle qui ajuste le mieux la mesure du peigne de fréquence, notamment aux extrémités du balayage. En effet, c'est aux extrémités du balayage qu'il est susceptible de trouver un comportement non linéaire du piézoélectrique. Typiquement dans ces régions, nous avons un écart à la linéarité de 5% dont l'origine provient du rebroussement du mouvement du piézoélectrique. Il convient donc de garder l'ajustement quadratique dans la conversion temps fréquence du balayage du laser sonde.

Par la suite, une cavité d'analyse a été mise en place afin d'obtenir une relation temps fréquence du balayage pour chaque donnée prise et de prendre en compte les effets systématiques coup à coup des balayages de la fréquence du laser sondant les modes propres. L'intervalle spectral libre (ISL) de la cavité d'analyse est 750 MHz. Utiliser la

cavité d'analyse nécessite un ISL qui soit suffisamment stable au cours du temps. Pour le vérifier, nous générons un peigne de fréquence en entrée de cavité optique afin de calibrer l'axe temporel du balayage (cf figure IV.22)

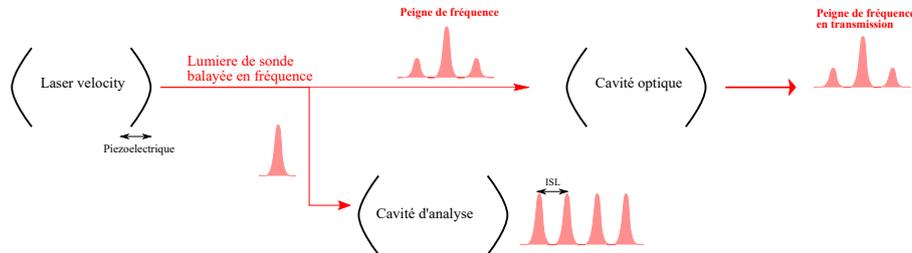
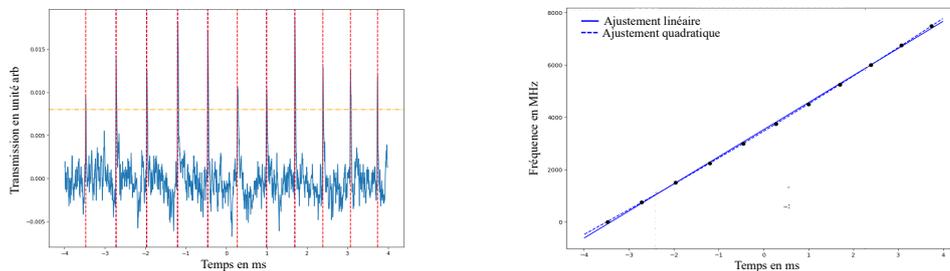


Fig. IV.22 Schéma de principe de la mesure. La lumière sonde issue du Velocity est balayée en fréquence. Ce qui permet d'observer plusieurs ISL de la cavité d'analyse. La lumière se propageant vers la cavité optique est modulée en phase, générant un peigne de fréquence que l'on mesure en transmission de la cavité optique

L'ajustement du peigne de fréquence en transmission de la cavité optique établit une relation temps fréquence qu'on utilise pour déduire l'ISL entre chaque pic de la cavité d'analyse. La statistique effectuée sur plus de 150 traces révèle un ISL moyen de 750.3 MHz avec une erreur relative de 0.8 MHz. L'erreur coup à coup de l'ISL est de 10 MHz



(a) spectre de la cavité d'analyse. Les pointillés rouge repèrent les positions de chaque dent du spectre. Ce sont les différents modes longitudinaux de la cavité d'analyse espacés d'un ISL

(b) Ajustement du spectre de la cavité d'analyse de la figure (a) par une régression quadratique (trait plein) et linéaire (pointillés). Chaque point est séparé d'un ISL

Fig. IV.23 Spectre de la cavité d'analyse avec son ajustement

Nous sommes maintenant surs de la reproductibilité des balayages de la fréquence de la sonde. Le balayage du laser sonde se fera typiquement sur un intervalle de  $\sim 8$  GHz pendant 8 ms. La cavité d'analyse génère, pour chaque donnée, une relation temps fréquence du balayage prenant en compte les effets non linéaires du piézoélectrique. Cette relation est utilisée afin de définir la position des modes du doublets de Rabi comme le présente le schéma général IV.24

Le mode basse énergie est plus large que le mode haute énergie car il suit le sens des pertes d'atomes pendant le balayage du laser sonde (voir un peu plus tard).

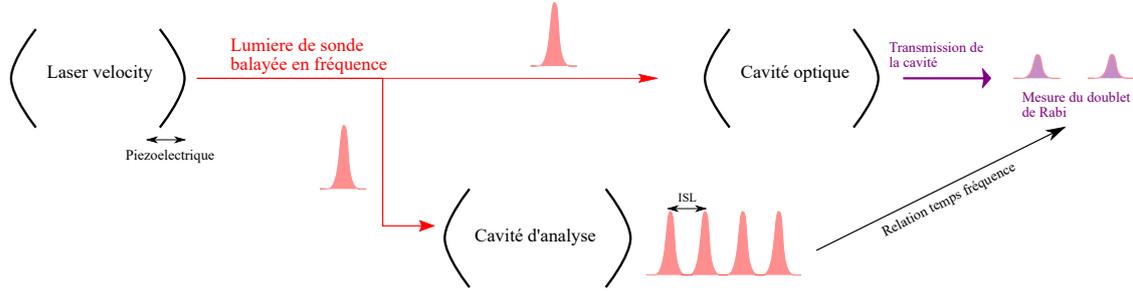


Fig. IV.24 Schéma de mesure du doublet de Rabi du vide avec mesure du spectre de la cavité d'analyse en temps réel

#### IV.4.2 Réglage de la polarisation de la sonde

Une deuxième phase de mise au point est l'ajustement de la polarisation de la sonde mesurant les modes propres du hamiltonien de Tavis Cummings. La mesure du doublet de Rabi du vide s'effectue sur la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ . C'est une transition fermée qui simule parfaitement un atome à deux niveaux si la polarisation de la lumière sonde est  $\sigma_+$  dans le cas protégé. Si ce n'est pas le cas, alors la polarisation de la sonde peut se décomposer en un mélange de lumière de polarisation  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ . Chaque polarisation génère alors son propre doublet de Rabi.

Imaginons le cas d'une polarisation mal ajustée. Les atomes étant préparés initialement dans l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ , la sonde de polarisation  $\sigma_+$  adresse la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ . La polarisation  $\sigma_-$  quand à elle adresse les états  $|F' = 3, m_{F'} = 1\rangle$ ,  $|F' = 2, m_{F'} = 1\rangle$  et  $|F' = 1, m_{F'} = 1\rangle$ .

On peut écrire le hamiltonien décrivant cette interaction dans le régime des faibles excitations dans la base des états hyperfins  $|F, m_F\rangle$  :

$$H = \begin{pmatrix} \omega_c & g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_1 & \omega_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_c & g_2 & g_3 & g_4 \\ 0 & 0 & g_2 & \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 & 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 & \omega_4 \end{pmatrix}$$

où  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  et  $\omega_4$  sont respectivement les fréquences de transition entre l'état  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  et respectivement l'état  $|F' = 3, m_{F'} = 1\rangle$ ,  $|F' = 2, m_{F'} = 1\rangle$  et  $|F' = 1, m_{F'} = 1\rangle$ . Les états fondamentaux en présence d'une excitation photonique dans la cavité s'écrivent :  $|F = 2, m_F = 2\rangle|1_+\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 2\rangle|1_-\rangle$ .

On précise également que la notation  $1_+$  et  $1_-$  indiquent respectivement un photon de polarisation  $\sigma_+$  et un photon de polarisation  $\sigma_-$  dans le mode de cavité.

Lorsqu'on analyse les modes propres du système, deux modes brillants se couplent au photon  $\sigma_+$  et deux modes brillants au photon  $\sigma_-$  de la cavité et deux états noirs. Les deux états bleus correspondent aux deux états brillants de type  $\sigma_+$ . Le premier doublet rouge de type  $\sigma_-$  au centre représente des états mal couplés au mode cavité. On ne les observe pas en transmission. L'autre doublet de type  $\sigma_-$  est, quand à lui, observable en transmission.

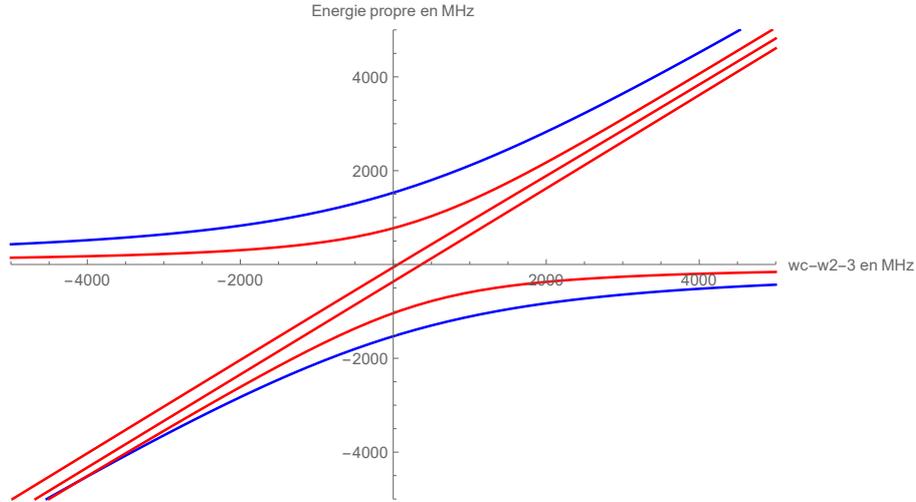


Fig. IV.25 Représentation des énergie propres pour une polarisation contenant une composante  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ . On voit apparaître deux doublets de modes brillants comme attendu

L'ajustement repose sur la minimisation des amplitudes de ces modes brillants de type  $\sigma_-$ . En effet la polarisation de la lumière de sonde peut s'écrire  $|\epsilon\rangle = a|\sigma_+\rangle + b|\sigma_-\rangle$  où les constantes  $a$  et  $b$  définissent la contribution photonique de chaque polarisation circulaire. Le laser sonde pompe le système de telle sorte que la composante  $|\sigma_-\rangle$  de la sonde adresse les transitions  $\sigma_-$  et la composante  $\sigma_+$  de la sonde la transition atomique  $\sigma_+$ .

Un bon réglage de polarisation de la sonde donne un rapport  $\frac{b}{a} = 0$  qui peut s'exprimer à l'aide des amplitudes des modes brillants de chaque doublet  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ . Le hamiltonien en présence d'un terme source est donné dans le référentiel de la lumière sonde à la fréquence  $\omega_p$  :

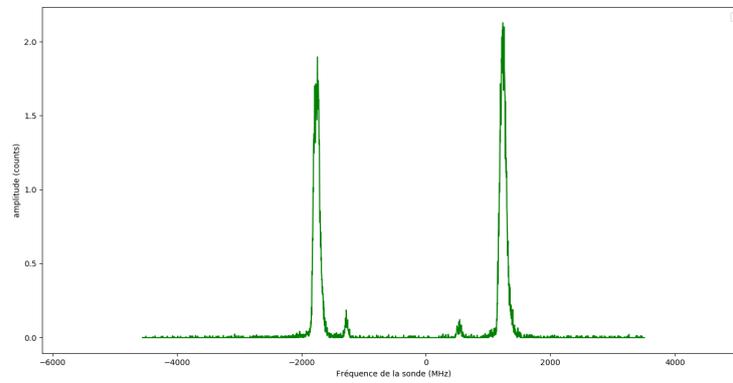
$$H = (\omega_c - \omega_p)a_+^\dagger a_+ + (\omega_c - \omega_p)a_-^\dagger a_- + \sum_{i=1}^4 (\omega_i - \omega_p)\sigma_z^{(i)} \\ + \sum_{i=1}^3 g_{-,i}(a_-^\dagger \sigma_{i,-}^- + \sigma_{i,-}^+ a_-) + g_+(a_+^\dagger \sigma_+^- + \sigma_+^+ a_+) + i\eta_+(a_+ - a_+^\dagger) + i\eta_-(a_- - a_-^\dagger)$$

où  $\eta_1 = \eta.a$  et  $\eta_2 = \eta.b$  et  $\eta$  est le taux total de photon du champ initial pompant la cavité à la fréquence  $\omega_p$ ,  $a_+^\dagger$  et  $a_-^\dagger$  les opérateurs échelles photoniques associés au photon de polarisation respective  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ ,  $\sigma_z^{(i)}$  l'opérateur atomique associé à chaque transition atomique adressée par la lumière de polarisation  $\sigma_-$  et  $\sigma_+$ . En résolvant l'équation pilote en présence de relaxation (temps de vie du photon dans la cavité et relaxation atomique), le rapport  $\xi$  des amplitudes de chaque doublet est donné par le rapport de deux modes haute énergie de type  $\sigma_-$  et  $\sigma_+$  :

$$\xi = \frac{\text{amplitude pic pola } +}{\text{amplitude pic pola } -} = \frac{a^2}{b^2}$$

La sonde à 780 nm possède comme le 1559 nm un système de deux lames d'onde ajustant la polarisation dans la cavité. Une première mesure qualitative repose sur la

proposition [88] où la polarisation de la lumière dans la cavité est déduite de la mesure la polarisation de la lumière réfléchiée en entrée de la cavité. Si la polarisation de la lumière réfléchiée est la même que celle en entrée, alors la lumière dans la cavité est polarisée linéairement. Si la polarisation réfléchiée possède une polarisation orthogonale à celle en entrée, alors la polarisation de la lumière dans la cavité est circulaire. Une autre mesure plus qualitative repose sur l'analyse des deux modes propres en transmission de cavité. Lorsque la polarisation est parfaitement  $\sigma_+$  dans la cavité, la lumière sonde est ajustée sur la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  qui exhibe un doublet de Rabi maximal. Dans le cas inverse, la mesure de transmission révèle d'autres modes se couplant avec le mode de cavité comme le révèle la simulation IV.25 et les spectres expérimentaux IV.4.2.



(a) Spectre de transmission pour une polarisation de la sonde mal ajustée. On observe l'apparition de deux petits modes dans la queue des modes principaux

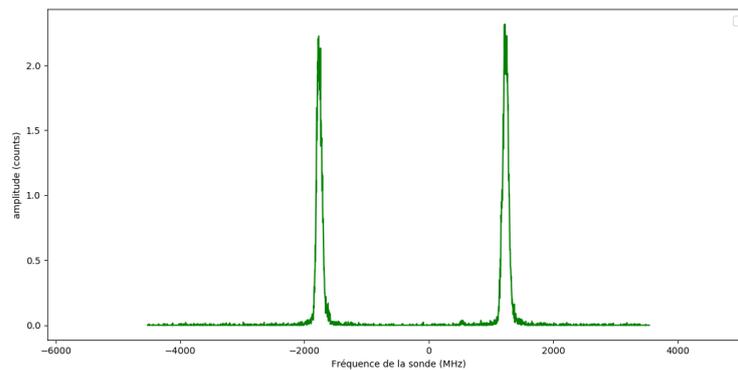


Fig. IV.26 Spectre de transmission pour une polarisation  $\sigma_+$  de la sonde. Les deux modes secondaires dans la queue des modes principaux ont disparu

On déduit alors une polarisation de la sonde correspondant à 98% de composante  $\sigma_+$  pour le réglage optimal. De plus le rapport entre l'écart entre les deux modes de type  $\sigma_+$  et l'écart entre les deux modes de type  $\sigma_+$  vaut 1.69 théoriquement. Expérimentalement ce rapport vaut 1.67 qui est en bonne adéquation avec le rapport théorique.

### IV.4.3 Ajustement de la puissance de la sonde

Une fois la polarisation de la sonde à 780 nm réglée, la puissance de la sonde dans la cavité doit être ajustée. Cette calibration définit le régime photonique dans la cavité. Tous les calculs des sections précédentes ont été développés dans le régime appelé des faibles excitations. C'est à dire correspondant à moins d'un photon dans la cavité. Il faut s'assurer que la puissance de la sonde respecte ce régime photonique dans la cavité.

De plus si la puissance de la sonde est trop grande, elle génère des pertes d'atomes lorsqu'elle se trouve résonante avec les modes propres du système atome-cavité. Pour mesurer l'effet de cette sonde, nous avons sondé les deux modes propres du doublet de Rabi à plusieurs reprises dans une même séquence (7 fois typiquement) comme indiqué sur la figure IV.27. La durée de chaque balayage de la fréquence de la sonde est de 8 ms.

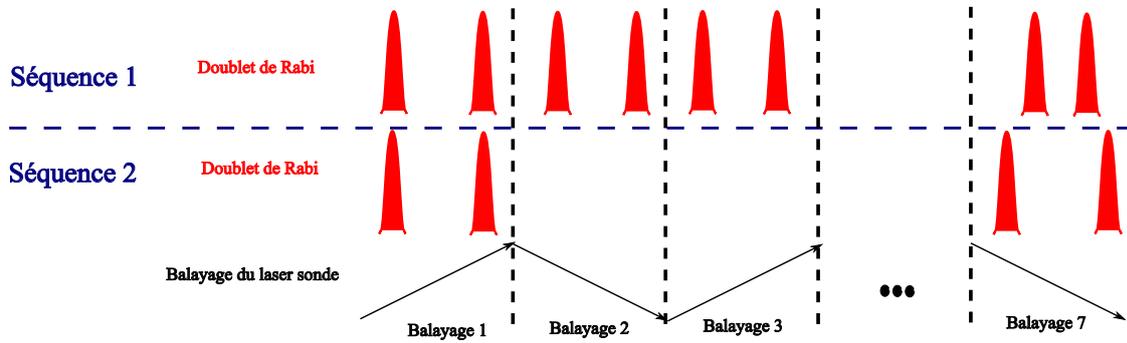


Fig. IV.27 Schéma récapitulatif des multiples mesures du doublet de Rabi. La séquence 1 correspond à 7 mesures successives du doublet de Rabi. La séquence 2 consiste en la mesure du premier doublet et du dernier doublet de la séquence

Les mesures sont acquises par un module de compteur de photons uniques (SPCM). Pour déduire les effets de la sonde, on enregistre un spectre où le doublet est mesuré 7 fois, puis un autre spectre où il n'est balayé que deux fois (une fois au début et une fois à la fin) comme l'indique la figure IV.27. L'ensemble des 7 mesures dure 56 ms. Dans ce problème, il faut également considérer les pertes dues aux temps de vie dans le réseau optique afin de les soustraire aux pertes totales mesurées. On écrit alors :

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} e^{-\beta t}$$

Ecrivons l'expression des mesures du nombre d'atomes  $N_1(t = 56 \text{ ms})$  et  $N_2(t = 56 \text{ ms})$  pour les séquences respectives 1 et 2. Dans la deuxième séquence, l'effet de sonde n'est pris en compte que deux fois (au début et à la fin) pour une durée totale de 16 ms :

$$N_1(t = 56 \text{ ms}) = N_0 e^{-(\frac{1}{\tau} + \beta)56}$$

$$N_2(t = 56 \text{ ms}) = N_0 e^{-56(\frac{1}{\tau})} e^{-16\beta}$$

où  $\tau$  est la durée de vie dans le réseau optique et  $\beta$  les pertes dues au balayage du laser de sonde à 780 nm. Le rapport  $\frac{N_1}{N_2}$  donne :

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{-40\beta}$$

On rappelle que la mesure du doublet de Rabi, c'est à dire la distance  $\Delta_{Rabi}$  en fréquence entre les deux modes propres brillants dépend du nombre d'atomes dans le cas où  $\Delta_{ca} = \omega_c - \omega_a = 0$  :

$$\Delta_{Rabi} = 2g\sqrt{N}$$

De ce qui précède, on déduit un taux de pertes d'atomes dues à la sonde à 2% pour une puissance équivalente à 0.14 photons dans la cavité au cours d'une mesure du doublet de Rabi durant 8 ms. On précise aussi que ce signal est suffisant pour obtenir un bon signal sur bruit sur les spectres mesurés en transmission tout en restant dans le régime des faibles excitations.

#### IV.4.4 Mesure des déplacements lumineux à différentes profondeurs

##### a) Principe de la méthode

Une application directe de la mesure du doublet de Rabi est l'estimation des déplacements lumineux pour différentes profondeurs de piège du réseau optique de la cavité. La présence du piège à 1559 nm produit un déplacement lumineux qu'il faut prendre en compte lors de l'étude expérimentale du doublet de Rabi. Pour observer un doublet de Rabi symétrique, il faut ajuster la fréquence de la cavité sur la fréquence atomique déplacée par l'effet du laser à 1559 nm pour vérifier la condition  $\Delta_{ca} = \omega_c - \omega_a = 0$ . Nous avons mesuré ces grandeurs pour la profondeur 272  $\mu\text{K}$ , 640  $\mu\text{K}$ , 960  $\mu\text{K}$  et 1280  $\mu\text{K}$ . Détaillons le protocole expérimental. Une fois les atomes piégés dans le réseau optique de la cavité, nous polarisons le nuage d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état  $F = 2, m_F = 2$  puis acquerrons un échantillon de doublets de Rabi du vide pour différentes valeurs de fréquence de cavité. On rappelle la position des fréquences propres du doublet de Rabi :

$$\begin{aligned}\omega_+ &= \omega_{a,eff} + \frac{\Delta_{ca}}{2} + \sqrt{Ng^2 + \frac{\Delta^2}{4}} \\ \omega_- &= \omega_{a,eff} + \frac{\Delta_{ca}}{2} - \sqrt{Ng^2 + \frac{\Delta^2}{4}}\end{aligned}$$

où  $\omega_{a,eff}$  s'exprime comme  $\omega_{a,0} + \omega_{LS}$  avec  $\omega_{LS}$  la contribution à la fréquence atomique du déplacement lumineux et  $\omega_{a,0}$  la fréquence atomique des atomes libres sans lumière 1559 nm. Pour déduire le déplacement lumineux à chaque profondeur, on peut écrire :

$$\begin{aligned}\omega_+ + \omega_- &= 2\omega_{a,eff} + \omega_c - \omega_{a,eff} \\ &= 2\omega_{a,0} + 2\omega_{LS} + \omega_c - \omega_{a,0} - \omega_{LS}\end{aligned}$$

En soustrayant deux fois la fréquence atomique des atomes libres à la somme des fréquences des deux modes propres du système atomes-cavité, on obtient :

$$\omega_+ + \omega_- - 2\omega_{a,0} = \omega_c - \omega_{a,0} + \omega_{LS}$$

Toute la calibration des balayages du paragraphe précédent établit une échelle horizontale en fréquence grâce à laquelle il est possible de repérer la position fréquentielle

absolue des deux modes à  $\omega_+$  et  $\omega_-$ . Précisons qu'une spectroscopie du  $^{87}\text{Rb}$  pour laquelle l'axe temporel a également été converti en un axe fréquentiel permet de fixer la position absolue des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  libre. A partir de cette position, les positions des deux modes sont déduites.

En traçant directement la dernière quantité de l'équation a) en fonction de la différence de fréquence entre la fréquence de cavité et la fréquence atomique des atomes libres, on peut déduire la valeur du déplacement lumineux à la profondeur de piège considérée.

### b) Résultats des déplacements lumineux

Nous présentons sur le graphique la cavité vide et la somme des fréquences des deux modes propres. Pour balayer la fréquence de la cavité optique, nous utilisons le premier EOM sur la ligne du 1559 nm. Chaque spectre de doublet de Rabi enregistré a son axe temporel converti en axe en fréquence dont l'origine est centrée sur la valeur de la fréquence de cavité ajustée sur la fréquence de atomes de  $^{87}\text{Rb}$  libres. Ainsi pour chaque position de la cavité optique, un spectre de doublet de Rabi du vide est généré pour lequel nous déduisons les positions des modes propres. La figure IV.28 présente le résultat de la mesure du déplacement lumineux pour une profondeur du réseau optique de la cavité de  $960 \mu\text{K}$

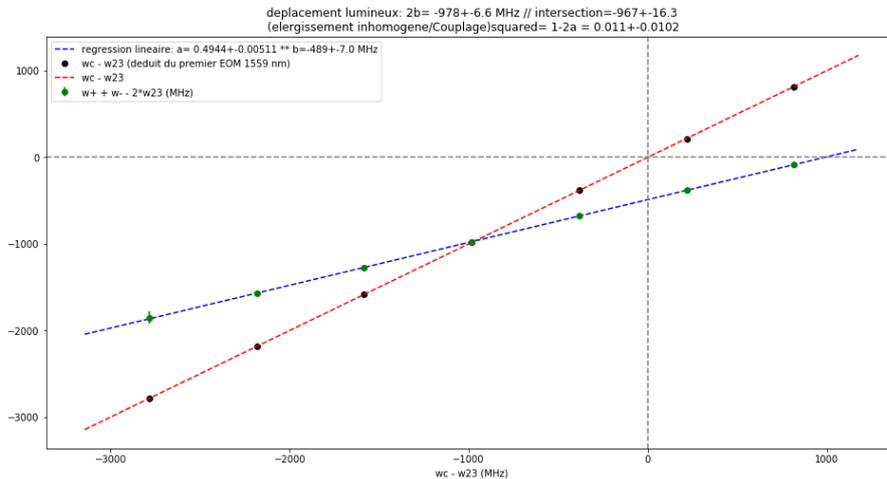


Fig. IV.28 *Mesure du déplacement lumineux pour une profondeur de piège intracavité de  $960 \mu\text{K}$*

Le tableau IV.1 présente le résumé de l'ensemble des mesures pour différentes profondeurs.

Profondeur en $\mu\text{K}$	déplacement lumineux en MHz
272	278
640	676
960	978
1280	1376

TABLE IV.1 – Tableau récapitulatif des déplacements lumineux pour chaque profondeur

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différentes étapes de stabilisation de la cavité optique et la calibration de la mesure des doublet de Rabi du vide. Ce chapitre a commencé par la stabilisation de la fréquence de la cavité à l'aide de la technique de Pound Drever Hall et de l'intensité du laser à 1559 nm dans la cavité. Dans une seconde section, on a détaillé la minimisation de la modulation résiduelle d'amplitude à l'origine de fluctuations de la fréquence de la cavité vide. Un schéma basé sur la rétroaction sur un EOM a été construit et a corrigé les fluctuations de la fréquence de la cavité en dessous de 0.8 MHz.

Nous avons ensuite expliqué la calibration du nombre d'atomes par la mesure de la position de la cavité dans le régime dispersif  $\Omega \ll \Delta_{ca}$ .

Nous avons fini le chapitre par une calibration et compensation des non linéarités du balayage de la fréquence du laser sondant le doublet de Rabi du vide. Nous l'avons appliqué aux mesures des déplacements lumineux pour différentes profondeurs de piège en fin de section.



## Chapitre V

# Protection des polaritons en cavité

Dans ce chapitre nous détaillons le concept de protection dans le cas d'un système mésoscopique. La conservation de la cohérence dans un système quantique est une étape cruciale pour des applications en information quantique [93]. Malheureusement la présence d'un environnement inhomogène de modes rend cette cohérence fragile. Mais dans certains cas, le système se protège lui même de ces inhomogénéités. C'est la protection par la cavité. Cet effet nécessite un couplage collectif entre émetteurs suffisamment fort et protège les corrélations quantiques des états dans la cavité contre ces effets d'inhomogénéités [23][24].

Nous commencerons tout d'abord par présenter les distributions de fréquences atomiques expérimentales pour différentes profondeurs de piège. Puis nous aborderons la protection en régime de fort couplage et la décrirons dans le cas d'un nombre discret d'atomes.

Nous finirons enfin par discuter les conséquences de la distribution sur la mesure des états brillants et détaillerons les effets de dépompage et de sens de balayage de la sonde mesurant les modes propres du modèle de Tavis Cummings.

Poème mystique :

De lours gravats silencieux jonchent cette entrée,  
Où jadis cartables et luth se mélangeaient.  
Les chaises sur un sol taché de sang séché  
Soutiennent maintenant le poids d'un lourd passé.  
Ici les appels du combattant moudjahid  
Ont faire taire les sagesses de Jawad Said.  
Pourtant, ils fixent ce tableau anéanti,  
Cet arche sauveur de ce déluge infini  
Un espoir si profond pour des cœurs si légers.  
Ainsi on ne peut s'empêcher de demander,  
Quels sont ces sourires sur ces traits innocents,  
Qui répondent à ces actes si indécents ?  
Quels sont ces yeux cherchant cette main protectrice,

Qui scrutent cet Espoir sur cette belle Iris?  
L'Homme a dénaturé sa si pure bonté  
La sacrifiant pour une honteuse vanité.  
Dans ce tumulte des profondeurs de l'enfer,  
Ces anges plient face à cette cruauté de fer.  
Ils voudraient ôter cette épée de Damocles  
Qui menacent ces petites êtres en détresse  
Car le soldat n'hésite pas à sacrifier  
Ces merveilleuses hirondelles aux ailes coupées,  
Pour éterniser cette ignominie sans non,  
A laquelle il est temps de dire haut et fort, Non.  
Mais où se cache l'audace de Mirabeau?  
Et qui détient la véhémence de Hugo?  
Pour sortir ces enfants de ce cruel tombeau,  
Afin que nous puissions être tous enfin égaux,  
Que nous naviguions sur un unique océan,  
Enfin dans le courant inverse du néant.

## V.1 Mesure des distributions

Dans cette partie, nous présentons les étapes de la mesure des distributions de fréquences atomiques. On rappelle tout d'abord le schéma expérimental, puis le résultat de la mesure. Une discussion plus détaillée sera effectuée dans la thèse de Pierre-Antoine Bourdel.

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, notre système est inhomogène dans le sens où l'ensemble des  $N$  atomes possède différentes fréquences atomiques  $\omega_i$  et différentes forces de couplage  $g_i$ . Les distributions simulées avec des paramètres de températures et de profondeurs typiques de l'expérience ont alors montré de larges distributions spectrales. Pour confirmer ces simulations, il nous faut une preuve expérimentale affirmant que le système est bien inhomogène comme on l'attend.

### V.1.1 Schéma expérimental

Comme il a été démontré au chapitre 2, le déplacement lumineux couplé au mouvement des atomes dans le réseau optique est à l'origine de l'élargissement de la distribution de fréquence atomique. Dans le cas idéal homogène, l'ensemble des atomes possède la même fréquence atomique.

Plus un système s'écarte du modèle homogène, plus il est difficile de conserver les cohérences entre les particules composant le système. Mais dans certaines conditions, certains régimes de couplage permettent de rendre le système beaucoup moins sensible à ces effets d'inhomogénéités. C'est le concept de protection par la cavité détaillé dans le chapitre 2. Dans notre cas, la forte coopérativité de la cavité correspond au régime de couplage fort. Ce régime génère de grands couplages collectifs qu'il faut comparer à la largeur de la distribution de fréquences atomiques afin de caractériser le régime de protection.

Cette comparaison nécessite une mesure expérimentale des distributions spectrales de l'ensemble thermique d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  piégés en cavité optique.

Rappelons, pour commencer, la configuration physique des atomes dans le réseau optique.

Les atomes sont piégés puis pompés dans le sous niveau Zeeman  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . La lumière du réseau optique à 1559 nm possède une polarisation linéaire. Le champ de quantification dans la cavité est selon la direction de l'axe de la cavité portée par le vecteur  $\mathbf{u}_z$ . Les modes propres du système atome-cavité sont étudiés à l'aide d'une sonde à 780 nm de polarisation  $\sigma_+$ . Cette sonde est ajustée sur la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ .

Le principe de la mesure repose sur la génération de pertes d'atomes à l'aide d'un faisceau résonant en présence de lumière à 1559 nm dans la cavité. En balayant la fréquence du laser résonant, on effectue une spectroscopie de la structure de l'état excité du  $^{87}\text{Rb}$ . Ces pertes d'atomes sont déduites de la mesure du doublet de Rabi du vide en transmission. La comparaison des cas avec et sans lumière à 1559 nm pour une même profondeur met en évidence une distribution de fréquences élargie par inhomogénéités de fréquences atomiques.

La configuration idéale pour déduire la distribution réelle de fréquence atomique est un faisceau résonant se propageant le long de l'axe optique dans un état de polarisation

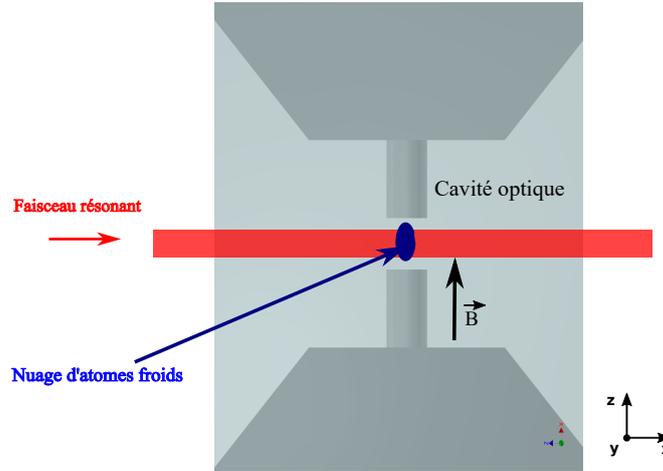


Fig. V.1 Schéma expérimental de la mesure de la distribution de fréquence atomique

$\sigma_+$ . Mais ici, l'accès optique de la cavité est limité et ne permet pas cette configuration.

Contournant ce problème et dans le souci de confirmer les distributions simulées du chapitre 4, on se met volontairement dans une situation légèrement différente de la réalité de l'expérience mais possible à réaliser (cf figure V.6.1).

C'est pourquoi on excite le nuage avec un faisceau transverse faisant approximativement un angle de 45 degrés avec l'axe de la cavité. La polarisation du faisceau résonant a été alignée verticalement. Ce qui signifie que la polarisation de ce faisceau dans la cavité est une combinaison de polarisation  $\sigma_+$ ,  $\sigma_-$  et  $\pi$  pour un champ de quantification de long de l'axe de la cavité :

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}\pi + \frac{1}{\sqrt{4}}(\sigma_+ + \sigma_-)$$

On ne détaille pas plus le calibrage de cette mesure qui sera expliqué dans un autre manuscrit<sup>1</sup>.

## V.1.2 Résultat

L'effet de laser résonant sur l'ensemble d'atomes et les pertes d'atomes mesurées par le doublet de Rabi du vide démontre, après balayage de la fréquence de laser résonant, des distributions de fréquences assez étalées pour différentes profondeurs de piège (cf figure V.2).

Plus la profondeur de piège augmente, plus les distributions s'étalent en fréquence. Pour la profondeur 1515  $\mu\text{K}$ , il n'est plus possible de distinguer la structure hyperfine du  $^{87}\text{Rb}$  comme dans le cas sans lumière à 1559 nm (courbe atomes libres). De plus cet élargissement n'est pas de type Doppler car l'ensemble reste assez froids  $\sim 100 \mu\text{K}$ . Il est de l'ordre de quelques Hz.

Le modèle utilisé pour simuler les différentes distributions ajuste correctement ces mesures expérimentales de distributions et repose sur le tirage de positions d'atomes dans

1. Explication détaillée dans la thèse de Pierre Antoine Bourdel

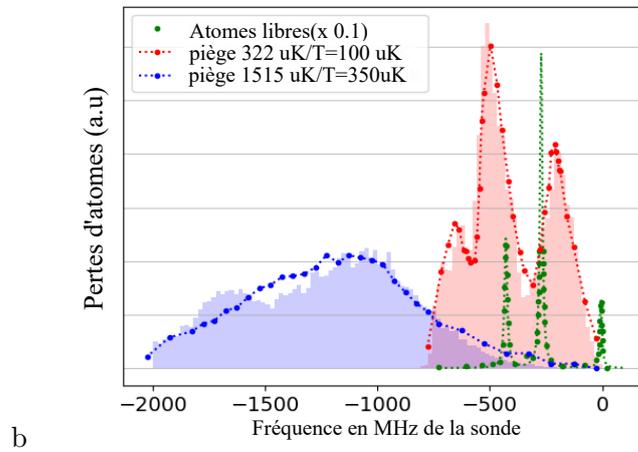


Fig. V.2 *Mesure des différentes distributions de fréquences atomiques atomiques pour différentes profondeurs avec leur ajustement*

le piège pour lesquelles une fréquence atomique est associée. On peut donc affirmer que ces résultats rendent pertinentes et fiables les distributions simulées du chapitre 2 dans le cas où la polarisation de la sonde est  $\sigma_+$  dans la cavité.

## V.2 Schéma expérimental de l'étude de la protection par la cavité

L'effet de la profondeur de piège V.1 a une conséquence non négligeable sur l'élargissement des distributions atomiques. Il est intéressant d'étudier la réponse du système atome cavité en présence de ces sources d'inhomogénéités de couplage et de fréquence.

Nous préparons alors l'ensemble d'atomes dans un piège d'une certaine profondeur puis nous mesurons les résonances du système à l'aide la transmission de la cavité. Faire varier la profondeur de piège est le paramètre contrôlant les inhomogénéités. La fréquence de la cavité est asservie à la position de la fréquence atomique moyenne de l'ensemble des atomes  $\omega_c = \bar{\omega}_a$ .

Précisons qu'à des profondeurs de piège plus élevées, nous laissons le nuage d'atomes thermaliser pendant 50 ms afin de s'affranchir des pertes rapides opérant juste après la fin de de la rampe en intensité du 1559 nm que l'on a observé lors des mesures de temps vie du chapitre 3. Après cette phase, on considère que les pertes d'atomes dues au temps de vie dans le réseau optique sont négligeables sur la durée du balayage du laser sondant les modes propres du système (8 ms). Le schéma général de la séquence est résumé sur la figure V.3

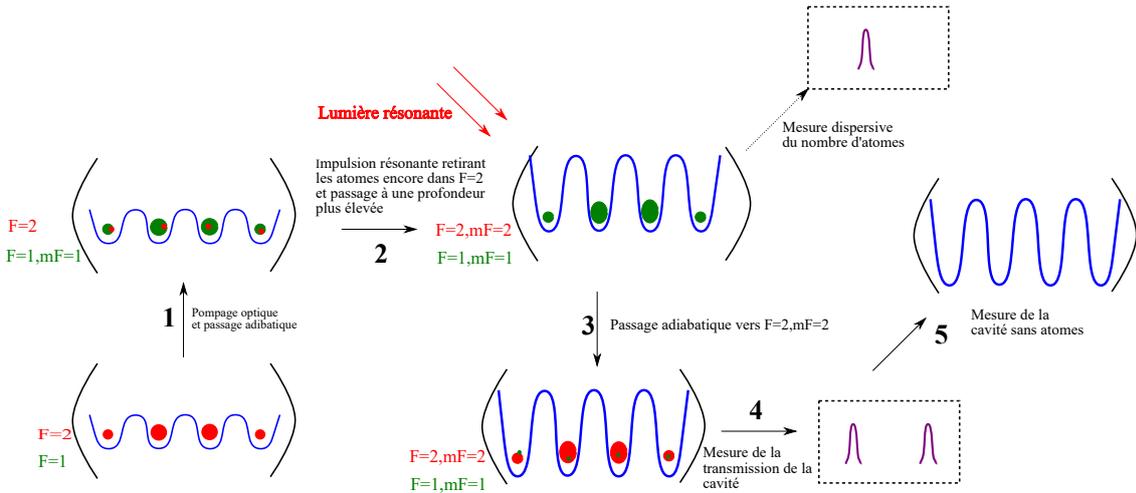


Fig. V.3 schéma générale de la séquence de la mesure des polaritons dans le cadre de l'étude de la protection de la cavité

Comme indiqué dans le tableau, une mesure dispersive du nombre d'atomes est effectuée en cours de séquence. Elle consiste en la mesure de la position de la cavité dispersée par la présence des atomes en  $F = 1$ . Cette position est comparée à la position de la cavité sans atomes. L'écart entre ces deux positions est directement proportionnel au nombre d'atomes.

La position de la cavité sans atomes est mesurée en fin de chaque séquence. En effet, la fréquence de cavité peut fluctuer en cours de séquence : effet thermique du au piège de transport lors du chargement de la cavité, effet du dé-gel de l' asservissement en fréquence et en intensité. L'asservissement de l'intensité du laser à 1559 nm est par moments gelé en cours de séquence (pendant les parties hachées du pompage optique et de l'impulsion

Tâche exécutée	temps en ms
1.Transport dans la cavité	100
2.Rampe linéaire de l'intensité du réseau intra cavité $U_i$	20
3.Pompage optique dans $ F = 2, m_F = 2\rangle$	0.5
4.Rotation du champ magnétique	5
5.Passage adiabatique de $ F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow  F = 1, m_F = 1\rangle$	4
6.Faisceau "blast"	0.4
7.Rampe exponentielle de la profondeur de piège $U_0 = 272 \mu\text{K}$ vers $U_f$	31
8.Stabilisation du réseau optique à la profondeur $U_f$	50
9.Mesure dispersive du nombre d'atomes	1
10.Mesure doublet de Rabi	8
11.Expulsion du reste des atomes de la cavité	1
12.Mesure de la cavité sans atomes	1

TABLE V.1 – Séquence typique de mesure des modes propres de l'Hamiltonien

résonante pour expulser les atomes). C'est à dire que la boucle de rétroaction n'est plus active. Cela évite à l'asservissement de rattraper les effets dus au hachage. L'asservissement de la fréquence de la cavité optique est lui aussi gelé tout à la fin de la séquence lors de la mesure du nombre d'atomes par temps de vol où il est nécessaire d'éteindre tous les lasers lors de l'impulsion d'imagerie.

Le gel des asservissements est contrôlé par des "sample and hold". Ce sont des circuits électroniques qui, en recevant un signal TTL, enregistrent dans leur mémoire interne la dernière consigne envoyée à l'appareil qu'ils contrôlent. L'appareil est alors uniquement soumis à la dernière consigne reçue avant le gel. La deuxième impulsion TTL lève le gel de l'asservissement afin de rendre la boucle de rétroaction à nouveau active.

En mesurant deux fois la cavité au sein de la même séquence, on s'affranchit des fluctuations court terme et long terme de la fréquence de la cavité.

### V.3 Protection à fort couplage

La protection par la cavité est un concept opérant sous certaines conditions. Le couplage collectif de l'ensemble des atomes doit être suffisamment grand devant le couplage avec les états noirs de la distribution caractérisée par sa largeur  $\Delta\omega$ . On peut donner une image physique de cette largeur.  $\Delta\omega$  correspond à l'inverse du temps qu'il faudrait à un état quantique pour perdre sa cohérence de phase lorsqu'il se rapproche des états de la distribution. Dans un régime de couplage fort, la cavité protège naturellement l'état face à cette source de décohérence. Cette protection par la cavité se traduit par la largeur spectrale fine des modes propres du système comparé à la largeur de la distribution de fréquence atomique [24] [23].

Suivant [73] [74], il est donc pertinent de tracer la largeur des modes brillants en fonction du couplage collectif  $\Omega$ .

### V.3.1 Mise en oeuvre expérimentale

Comme nous l'avons indiqué, il faut varier le couplage collectif afin d'étudier le régime de protection. Ce couplage collectif est dépendant du nombre d'atomes. En contrôlant le nombre d'atomes, on contrôle la valeur du couplage collectif.

Le nombre d'atomes est réglé à l'aide de deux éléments : en agissant sur une lame demi onde contrôlant l'efficacité du chargement du PMO3D ou en agissant sur la durée du chargement du PMO.

La lame demi onde agit sur la puissance du faisceau pousseur chargeant le PMO3D à partir du PMO2D(cf figure V.4 )

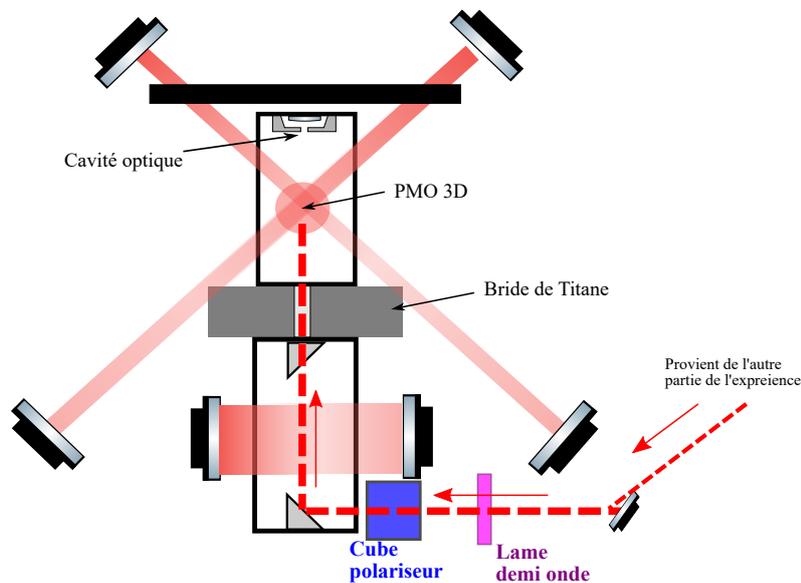


Fig. V.4 Schéma du contrôle du nombre d'atomes pour l'étude de la protection. Une lame demi onde et un cube polariseur permettent de contrôler la puissance du faisceau pousseur

Pour la région des faibles atomes, le contrôle basé sur la puissance du faisceau pousseur n'a plus aucun effet. La puissance du faisceau est nulle et le chargement du PMO repose uniquement sur la quantité d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  pouvant passer du PMO2D vers le PMO3D sans faisceau pousseur.

Pour contrôler le régime des faibles couplages collectifs, on agit alors sur la durée de chargement du PMO3D.

Pour déduire le nombre d'atomes, on mesure la position de la cavité avec atomes dans le régime dispersif comme nous l'avons évoqué au chapitre 4. La position fréquentielle de la sonde est alors fixée à l'aide d'un générateur Agilent<sup>2</sup> contrôlant l'ordre  $-1$  d'une modulation de phase faite par un EOM. Ce générateur est directement piloté par une interface graphique<sup>3</sup>. En cours de séquence, le générateur est programmé pour que la

2. modèle HMC 070

3. Celle vendue avec le synthétiseur Windfreak modèle SynthHD (v2) : 10 MHz – 15 GHz Dual Channel Microwave Generator

fréquence de la sonde soit centrée sur deux valeurs successives : une pour la mesure de la cavité dispersée et une autre pour la mesure de la cavité sans atomes.

### V.3.2 Simulation des données

Dans le cas protégé, les modes propres mesurés par la cavité possèdent des largeurs  $\Gamma$  très faibles, données théoriquement par la formule  $\Gamma = \frac{\kappa + \gamma}{2}$ , devant la largeur en fréquence de la distribution qui est typiquement plusieurs centaines de MHz pour une profondeur de 1040  $\mu\text{K}$  (cf figure V.6).

La simulation des données est basée sur la formule de transmission dérivée dans [73] et dans le chapitre 2 qui calcule la réponse de la cavité en présence d'un système inhomogène de  $N$  émetteurs :

$$t(\omega) = \frac{-\frac{\kappa}{2i}}{\omega_0 - \frac{i\kappa}{2} - \omega - \sum_k \frac{g_k^2}{\omega_k - i\frac{\gamma}{2}}} \quad (\text{V.1})$$

Détaillons le principe de la simulation. la position  $(x, y, z)$  des atomes est tirée aléatoirement selon une densité de probabilité de présence correspondant à un ensemble thermique dans un piège harmonique à 1559 nm (cf chapitre 2). L'intensité lumineuse du réseau optique en  $(x, y, z)$  permet de calculer le déplacement lumineux et donc la fréquence  $\omega_k$  de l'atome. L'intensité lumineuse du champ de sonde à 780 nm permet de calculer la force de couplage  $g_k$  de cet atome au mode de cavité. Ces coordonnées sont alors associées à un couple  $(g_k, \omega_k)$  que l'on utilise dans la formule (V.1). On crée alors un échantillon de  $m$  données pour différents nombres d'atomes (tirés aléatoirement). Les spectres simulés sont ensuite triés par valeur de couplage collectif et moyennés dans une fenêtre du couplage collectif de largeur 60 MHz. Chaque paquet créé est disjoint de son proche voisin.

### V.3.3 Résultat

Pour une profondeur de 1040  $\mu\text{K}$ , on obtient pour le mode haute fréquence balayé dans le sens décroissant des fréquences la figure V.5 .

L'ensemble des spectres moyennés est ajusté à l'aide d'un profil de Voigt. Ce profil permet de prendre en compte la réponse lorentzienne de la cavité et les fluctuations gaussiennes du nombre d'atomes. Un critère sur le nombre de spectres utilisés dans le moyennage a été fixé à 20 spectres minimum.

On remarque que les données expérimentales restent assez bruitées mais ne révèlent pas de comportement non protégé. L'évolution de la largeur reste assez plate sur l'échelle du bruit. Le pic sortant de l'allure générale (920 MHz) est du à de plus fortes fluctuations de l'expérience et n'est pas lié à l'effet de protection.

Sur la gamme de couplage collectif sélectionnée, le système reste protégé. La simulation reproduit bien les données expérimentales.

De plus on peut ajouter que la largeur des modes moyennés étant de  $\sim 30$  MHz, ils sont typiquement 4 fois moins larges que la largeur de la distribution inhomogène  $\Delta\omega$  qui vaut  $\sim 117$  MHz pour une profondeur de 1040 MHz (demi largeur à mi hauteur de la distribution). Ce qui est un record comparé aux résultats [22][23] où ce rapport valait plutôt 2.

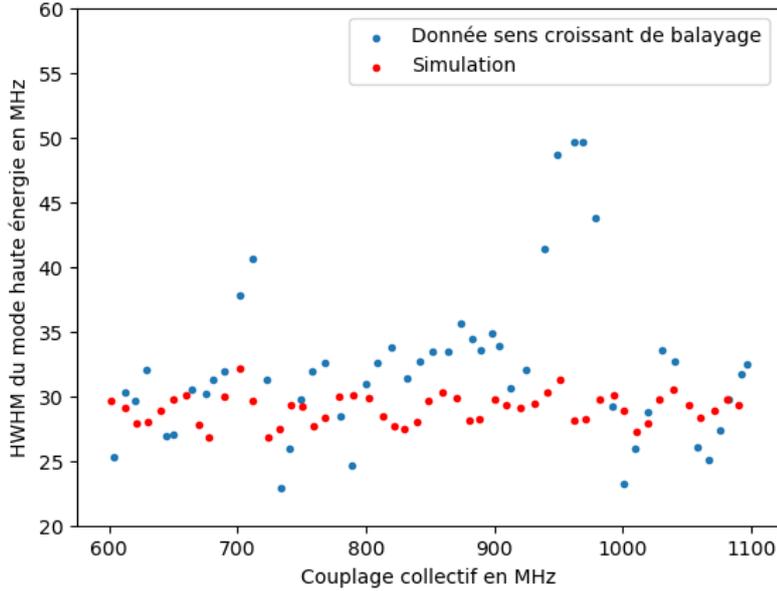


Fig. V.5 *Dépendance de la largeur du mode haute fréquence en fonction du couplage collectif. On n’observe aucun élargissement explicite. Le bruit sur les données expérimentales sont dues aux diverses fluctuations de l’expérience (nombre d’atomes etc...*

On note aussi que la région des faibles couplages collectifs n’a pas été sondée. Elle correspond à une zone où la réponse du système ne présente plus de doublets distincts. La réponse exhibe plutôt différents modes en transmission que l’on ne peut simplement pas ajuster par une fonction globale simple comme dans le modèle [73].

Le système est finalement dans un régime de couplage où les deux modes restent encore éloignés de la distribution de fréquence atomique pour ne pas être affectés par ces états (cf figure V.6 ).

La distribution d’états au centre représente la distribution d’états noirs du système. Comme nous l’avons vu au chapitre 2, les énergies de chaque état noir sont données par la répartition spectrale des différentes fréquences atomiques du système. Lorsque les deux états brillants sont suffisamment loins de cette distribution, le couplage entre ces deux états brillants et les états noirs de la distributions est quasi nul(cf chapitre 2). C’est un processus très hors résonant et peu probable.

Lorsqu’on analyse la forme de la distribution, on remarque qu’elle est assez asymétrique. C’est à dire que le comportement de chaque mode brillant sera différent à mesure qu’on se rapproche du centre de la distribution. Ceci sera étudié à la fin de ce chapitre

De plus, le régime de couplage fort nous permet d’être totalement dans un régime très bien protégé ( $\frac{\Omega}{\Delta\omega} \sim 14$ ) ce qui est plus difficile à atteindre dans le domaine de la physique du solide [24] [23] où ce rapport est plus proche de 2.

Considérant les résultats précédents, une autre approche basée sur le nombre de modes observés en transmission a été suggérée et permet d’analyser la zone des faibles doublets.

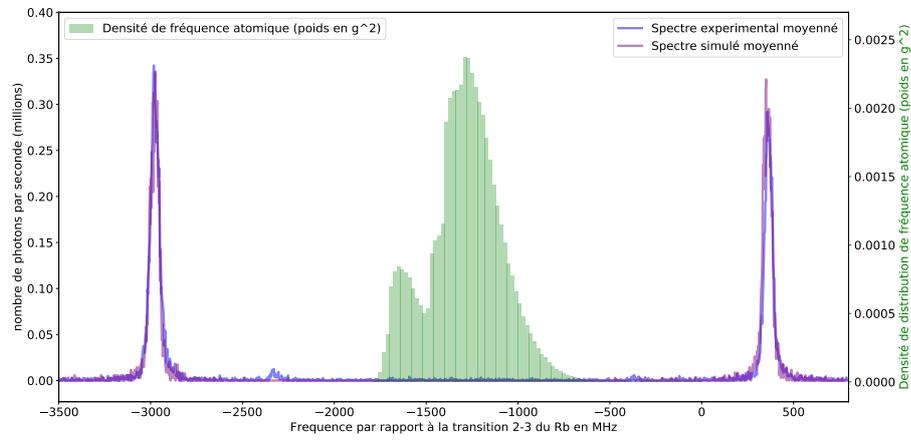


Fig. V.6 *Superposition de la position de deux modes brillants et de la distribution de fréquence atomique pour la profondeur de piège 1400  $\mu$ K. On remarque que les deux modes sont encore suffisamment de la zone de la distribution de fréquence atomique*

L'étude se concentra sur le premier mode balayé temporellement par la sonde, le deuxième mode balayé n'étant pas détectable (voir section V.6.1).

## V.4 Dépendance du nombre de modes noirs détectés avec le coupage collectif

### V.4.1 Mise en œuvre du traitement des données

La discussion précédente montre un effet de protection à fort couplage. Mais pour mettre en évidence le passage d'un système protégé à un système non protégé dans un système mésoscopique, il convient de redéfinir le concept de la protection dans un système contenant un nombre fini d'atomes.

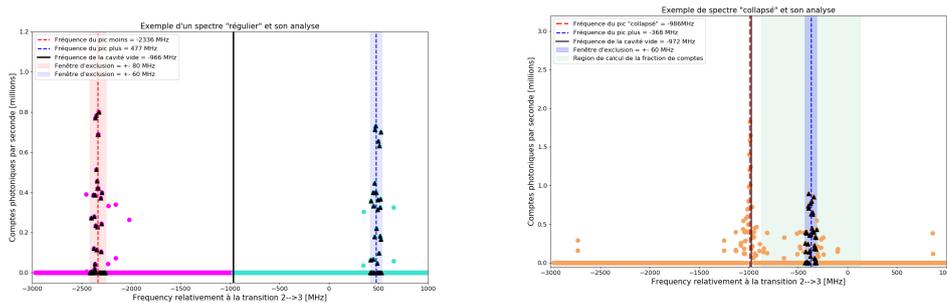
En effet comme il a été montré au chapitre 2, le nombre d'états détectés en transmission dépend fortement du couplage collectif. Lorsque celui-ci devient faible ou de l'ordre de grandeur de la taille de la distribution, des états, qui jusqu'alors étaient appelés états noirs, obtiennent une contribution photonique les rendant détectables en transmission de la cavité.

Le nombre de ces états dépend fortement de la dimension du hamiltonien décrivant le système atome lumière, et par suite du nombre d'atomes. Plus le nombre d'atomes augmente, plus la base de vecteurs décrivant le hamiltonien de Tavis Cummings dans le régime des faibles excitations augmente, plus le nombre vecteurs propres accessibles augmente, plus le nombre d'états noirs augmente. C'est un raisonnement en cascade.

En dénombrant le nombre de modes propres mesurés en transmission, le régime de protection dans lequel se trouve le système est caractérisable.

Dans le cas d'un système protégé, seuls deux états sont observables : ce sont les modes brillants. Dans le cas non protégé, on observe différentes contributions dues aux différents modes se couplant avec le mode de cavité et les états brillants.

Expérimentalement, dans le régime non protégé il est difficile de compter le nombre de modes en transmission car le signal est très faible (quelques photons). En revanche la densité de pics mesurés est accessible (cf V.7a)



(a) Schéma du traitement des données expérimentales. Une fenêtre est fixée autour de chaque mode brillant à l'extérieur de laquelle le nombre de pics est compté. On remarque que dans le cas protégé, l'ensemble des pics se situent dans chaque mode brillant, donc dans la fenêtre pré définie

(b) Schéma du traitement des données expérimentales dans le cas d'un spectre 'collapsé'. Une fenêtre (bleu clair) dans laquelle le nombre de pics est compté. On exclue tous les comptes situés dans la fenêtre bleu foncé. On remarque la présence d'un nombre de pics non négligeables en dehors de la fenêtre bleu foncée

Fig. V.7 Méthode d'analyse des données expérimentales

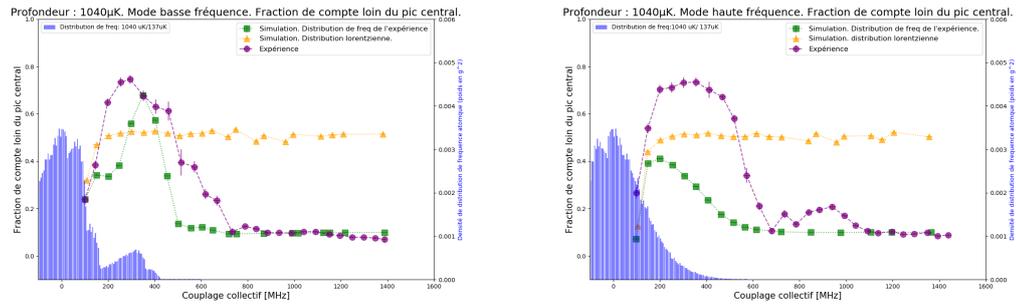
## V.4. DÉPENDANCE DU NOMBRE DE MODES NOIRS DÉTECTÉS AVEC LE COUPAGE COLLECTIF

Lorsque le couplage est fort, on observe deux modes superradiants dans lesquels se trouvent l'ensemble des photons en transmission. Peu de photons se trouvent en dehors de ces deux modes (cf figure V.7b).

Lorsque le couplage collectif diminue, on remarque que les comptes s'évalent de plus en plus en fréquence - du fait que de plus en plus d'états sous-radiants interviennent dans le spectre. Ce qui se traduit par une augmentation de la fraction de comptes qui est en dehors de la fenêtre d'exclusion (cf figure V.7b). C'est le régime non protégé du système.

### V.4.2 Résultat

Pour le traitement de la protection, on choisit d'analyser le mode de basse énergie balayé dans le sens croissant des fréquences et le mode haute énergie balayé dans le sens décroissant des fréquences pour une profondeur de piège de  $1040 \mu\text{K}$ . On ne s'occupe pas du second mode balayé temporellement car celui ci n'est plus accessible pour les bas nombres d'atomes à cause d'un effet de dépompage (cf la fin de ce chapitre)



(a) Dépendance de la fraction de compte loin du pic central en fonction du couplage collectif pour le mode basse fréquence. Lorsque le couplage collectif est grand, la densité de compte est situé principalement au niveau des modes brillants. Lorsque le couplage collectif diminue, le densité de compte s'étale du à la présence d'autres modes se couplant avec le mode de cavité

(b) Dépendance de la fraction de compte loin du pic central en fonction du couplage collectif pour le mode haute fréquence. Lorsque le couplage collectif est grand, la densité de compte est situé principalement au niveau des modes brillants. Lorsque le couplage collectif diminue, le densité de compte s'étale du à la présence d'autres modes se couplant avec le mode de cavité

Fig. V.8 Densité de pics en fonction du couplage collectif

Discutons un peu ces courbes expérimentales (cf figure V.8). Les courbes vertes sont les simulations du comportement du mode basse fréquence et haute fréquence.

Sur la courbe V.8a, on remarque une première phase de montée correspondant à l'augmentation de la dimension du hamiltonien et donc du nombre d'états propres accessibles. On remarque également une petite zone de stabilisation à 200 MHz qui s'explique par la forme de la distribution de fréquence atomique de la figure V.6.

En effet lorsqu'on analyse la partie basse fréquence de la distribution, on observe un lobe où la densité de fréquence atomique atteint un minimum local avant de à nouveau augmenter. Ce qui explique la zone de minimum local à 200 MHz de la courbe V.8a.

Pour le mode haute fréquence (cf V.8b), ce lobe n'existe pas. C'est pourquoi on n'observe ce minimum local uniquement pour le mode basse fréquence. Le maximum est atteint lorsque le système atteint la zone de densité spectrale maximale. Puis la fraction diminue car de moins en moins d'états de cette distribution se couplent avec le mode brillant jusqu'à tendre uniquement vers une densité de pics concentrée dans le mode brillant.

De plus, l'entrée du mode haute fréquence dans la distribution se fait de manière plus douce que le mode basse fréquence (cf figure V.8b), c'est pourquoi on tend plus lentement vers un mode brillant dans le cas du mode haute fréquence que le mode basse fréquence sur la courbe.

Sur la figure V.8 la courbe violette représente les données expérimentales pour le mode haute fréquence et basse fréquence qui sont en bonne adéquation avec les données simulées. L'allure aux forts couplages rejoint bien la simulation. Le système tend vers un unique mode propre brillant représentés par une densité de pics centrée sur chaque mode brillant.

La partie des faibles couplages est légèrement différente. On observe le même comportement que le courbe simulée. La seule différence réside dans le fait que le lobe (cf figure V.8a) de la simulation n'est pas résolue pour les données expérimentales. Ceci s'explique par un effet de dépompage lorsqu'on s'approche de la zone fréquentielle de distribution. Des états dépompant les atomes vers le niveau  $F = 1$  du  $^{87}\text{Rb}$  se trouvent dans la zone basse fréquence de la distribution de fréquence atomique comme nous le verrons dans la prochaine section. Pour le mode haute fréquence, la courbe expérimentale est également affectée par l'effet de dépompage qui élargit la courbe expérimentale.

La fraction de compte maximal dépend d'un seuil qui dépend de l'amplitude maximale du barycentre<sup>4</sup>. Les maxima des courbes sont donc définis pour un certain seuil qui définit si un pic est compté en tant que mode propre ou non.

Enfin la courbe jaune correspond à une distribution lorentzienne qui ne montre pas de régime de protection. L'écart type d'une distribution lorentzienne divergeant, le régime de protection correspondant à  $\Omega \gg \Delta\omega$  n'est jamais vérifié. L'écart type d'une distribution est donné par :

$$\sigma = \sqrt{E[X^2] - E[X]^2}$$

où  $E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)$  où  $f(x)$  est la distribution correspondante. Dans le cadre d'une distribution lorentzienne, cette quantité diverge. C'est pourquoi le régime de protection n'est jamais atteignable dans le cas lorentzien.

La courbe finale V.8 démontre l'effet de protection à l'échelle mésoscopique en considérant non pas le nombre de modes détectés mais la densité de pics détectés. Le couplage  $g$  à un atome est si grand qu'on observe des effets liés à des variations de quelques atomes (ce qu'on prouve avec la courbe simulée du nombre de pics mesurés du chapitre 2 où l'on voit ces variations significatives). C'est la particularité de notre système mésoscopique dont chaque atome est, à lui seul, fortement couplé au champ.

Dans le cas non protégé, l'ensemble des atomes ne possède pas de cohérence de phase collective. Ce qui implique que chacun apporte sa contribution photonique individuelle à la transmission de la cavité.

Dans le cas protégé, le couplage collectif crée une cohérence de phase collective des atomes [32] [33]. L'ensemble se synchronise afin d'émettre en phase dans chaque mode

---

4. Consulter la thèse de Pierre-Antoine Bourdel

brillant. La puissance de la cavité est de générer des couplages collectifs longue distance afin de corrélérer l'ensemble des atomes piégés dans la cavité et les protéger.

## V.5 Mesure de la dépendance du doublet de Rabi avec le nombre d'atomes N

Comme nous l'avons vu précédemment, un effet de dépompement affecte la zone des faibles couplages. Il nous empêche de résoudre l'effet du lobe de la partie basse fréquence de la distribution sur le mode basse fréquence lorsque le couplage collectif diminue. Analysons la dépendance du doublet de Rabi avec le nombre d'atomes afin d'observer son comportement pour de faibles couplages collectifs.

En régime homogène, le doublet de Rabi est proportionnel à la racine du nombre d'atomes  $\sqrt{N}$ . De plus en régime de couplage fort, on s'attend à ce que le système soit peu affecté par la distribution inhomogène et se rapproche d'un modèle plus homogène dans son comportement physique.

Un des premiers éléments à vérifier est donc la dépendance du doublet de Rabi avec le nombre d'atomes. Rappelons les expressions des modes brillants du hamiltonien de Tavis Cummings :

$$\begin{aligned}\omega_+ &= \omega_a + \frac{\Delta_{ca}}{2} + \sqrt{Ng_{2,2}^2 + \frac{\Delta^2}{4}} \\ \omega_- &= \omega_a + \frac{\Delta_{ca}}{2} - \sqrt{Ng_{2,2}^2 + \frac{\Delta^2}{4}} \\ \Delta_{Rabi} &= \omega_+ - \omega_- = 2g_{2,2}\sqrt{N}\end{aligned}$$

où  $g_{2,2}$  est le terme de couplage atome-cavité pour la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ .

La mesure du nombre d'atomes dans le régime dispersif ( $\Delta_{ca} \gg \Omega$ ) de la cavité est donnée par :

$$\omega_+ = \omega_c + \frac{g_{1,1}^2 N}{\Delta_{ca}}$$

La cavité étant pompée avec une lumière de polarisation circulaire droite  $\sigma_+$ , la constante de couplage entre les atomes et la lumière est celle correspondant à la transition  $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2, m_{F'} = 2\rangle$  que l'on note  $g_{1,1}$ .

Comme nous l'avons indiqué au chapitre 4, lors de la mesure dispersive les atomes sont pompés dans le niveau  $|F = 1, m_F = 1\rangle$  du  $^{87}\text{Rb}$ . La cavité est asservie sur la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ .

Ce qui crée un désaccord naturel  $\Delta_{ca} = \Delta_{HF} = 6830$  MHz correspondant à l'écart en énergie entre les deux états hyperfins  $F = 2$  et  $F = 1$  du  $^{87}\text{Rb}$  dans le cas homogène. En pratique, il faut considérer le déplacement lumineux de la transition dans le désaccord  $\Delta_{ca}$  comme indiqué sur la figure V.9.

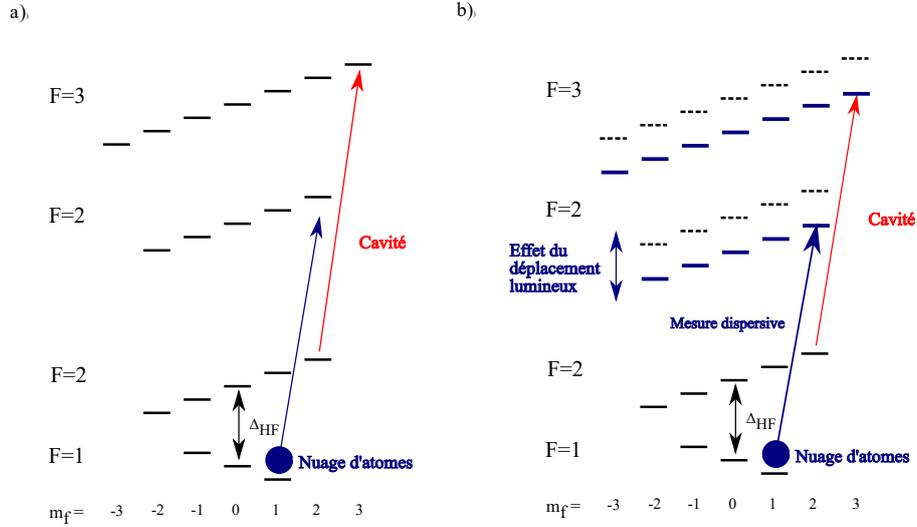


Fig. V.9 Schéma des niveaux d'énergie du  $^{87}\text{Rb}$ . a) Dans le cas sans déplacement lumineux. Le désaccord  $\Delta_{ca}$  vaut l'écart entre les deux niveaux hyperfins  $F = 1$  et  $F = 2$ . b) En présence de déplacement lumineux,  $\Delta_{ca}$  contient une contribution due au déplacement lumineux qu'il faut ajouter à l'écart hyperfin  $\Delta_{ca} = \Delta_{HF} + \Delta_{LS}$

En injectant l'expression IV.6 dans la formule V.5, on obtient :

$$\Delta_{Rabi} = \omega_+ - \omega_- = 2g_{2,2} \sqrt{\frac{\Delta_{disp} \Delta_{ca}}{g_{1,1}^2}}$$

$$\Delta_{Rabi}^2 = \left(4 \frac{g_{2,2}}{g_{1,1}}\right)^2 \Delta_{disp} \Delta_{ca}$$

avec  $\Delta_{disp} = \omega_+ - \omega_c$ .

La mesure de  $\Delta_{Rabi}^2$  dépend linéairement du déplacement dispersif  $\Delta_{disp}$ . Comme l'indique le tableau V.1 et afin de sonder les modes propres du système, un passage adiabatique repompe les atomes de  $|F = 1, m_F = 1\rangle$  vers  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Notons que l'efficacité des passages adiabatiques n'est pas de 100% et a été estimée à 98.5% pour un passage.

Le rapport des constantes de couplage à un atome  $g_{2,2}$  et  $g_{1,1}$  ne dépend que des coefficients Clebsch Gordon. Dans notre cas,  $\left(\frac{g_{2,2}}{g_{1,1}}\right)^2 = 2$ . La formule V.5 s'écrit alors :

$$\Delta_{Rabi}^2 = 8 \times 0.985 \Delta_{disp} \Delta_{ca}$$

Considérons, en guise d'exemple, la profondeur de piège de  $1040 \mu\text{K}$ . Traçons la dépendance de la distance en fréquence au carré de chaque mode brillant à la cavité vide en fonction de la mesure dispersive du nombre d'atomes. On présente deux sens pour le balayage du laser Velocity<sup>5</sup> : un dans le sens croissant des fréquences et un autre dans le sens décroissant des fréquences de la sonde.

5. C'est une diode laser à 780 nm, modèle TLB-6712 de New Focus

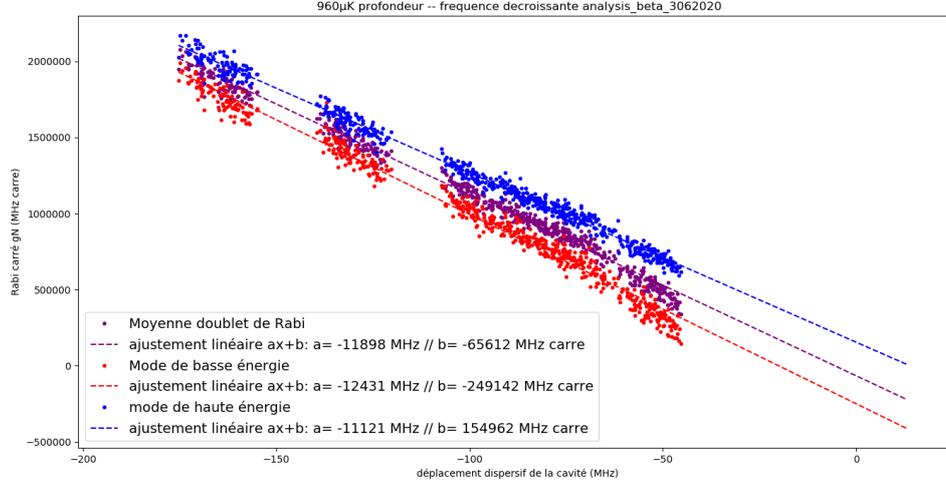


Fig. V.10 *Caractéristique de la dépendance de la distance au carré en énergie de chaque mode brillant à la cavité sans atomes dans le sens décroissant*

On appelle  $\Delta_{E_{\pm}, \omega_c} = \omega_{\pm} - \omega_c = 2 \times 0.985 \Delta_{disp} \Delta_{ca}$  la différence au carré entre la fréquence d'un des modes propres  $\omega_{\pm}$  et la fréquence de la cavité sans atome.

Lorsqu'on analyse le premier mode balayé pour chaque courbe (mode de haute énergie pour le sens décroissant, mode de basse énergie pour le sens croissant), on remarque que la pente de l'ajustement vaut respectivement 11121 MHz et 11194 MHz, ce qui est très proche de la valeur attendue  $2 \times 0.985 \times \Delta_{ca} = 2 \times 0.985 \times (6836 - 967) = 11381$  MHz. On précise que le déplacement lumineux différentiel de la transition  $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2, m_{F'} = 2\rangle$  vaut  $-964$  MHz par rapport à la transition sans lumière à  $1559$  nm pour une profondeur du réseau optique de  $1040 \mu\text{K}$ . C'est la transition à considérer pour la mesure de la position de la cavité en présence d'atomes (cf chap 4)

L'analyse précédente se fait uniquement sur le premier mode sondé car on observe un phénomène de pertes d'atomes au cours de la mesure du doublet de Rabi du vide que l'on détaille dans la section suivante. Le deuxième mode sondé correspond alors à un nombre d'atomes différent du nombre d'atomes mesuré par la mesure du nombre d'atomes initial.

## V.6 Dépendance du sens de balayage et effet de dépompement

### V.6.1 Effet de dépompement

Lorsqu'on analyse la zone des faibles mesures dispersives à la profondeur  $1040 \mu\text{K}$ , on observe un écart qu'on ne devrait pas observer dans le cas d'une mesure sans pertes d'atomes (cf figure V.11). Définissons le rapport  $\theta = \frac{\Delta_{E_1, \omega_c}}{\Delta_{E_2, \omega_c}}$  où  $E_1$  et  $E_2$  correspondent respectivement au premier et deuxième mode sondé dans le temps.

On observe une courbe typique de décroissance du nombre d'atomes pendant la mesure du doublet. On remarque également que les pertes d'atomes sont plus grandes quand le nombre d'atomes diminue. En effet le nombre d'atomes définit le couplage collectif  $\Omega =$

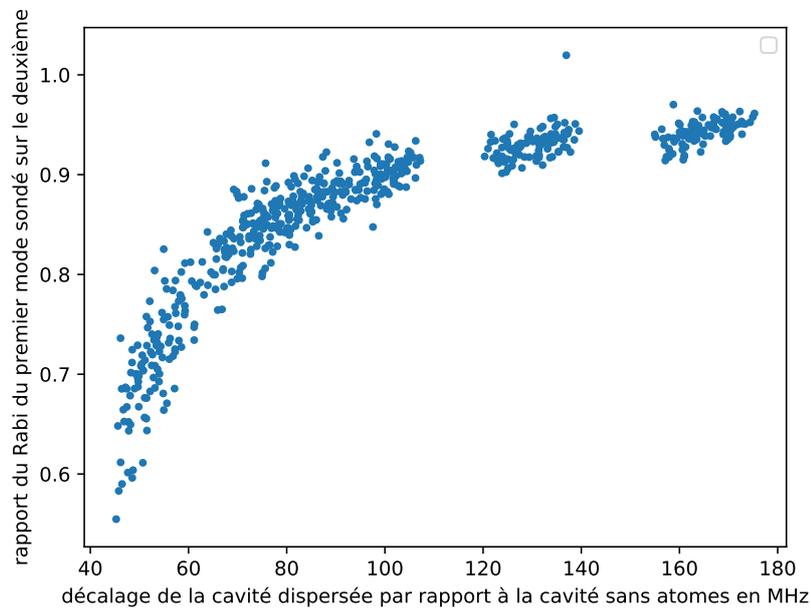


Fig. V.11  $\theta$  en fonction de la mesure dispersive dans le cas d'un balayage décroissant de la fréquence de la sonde

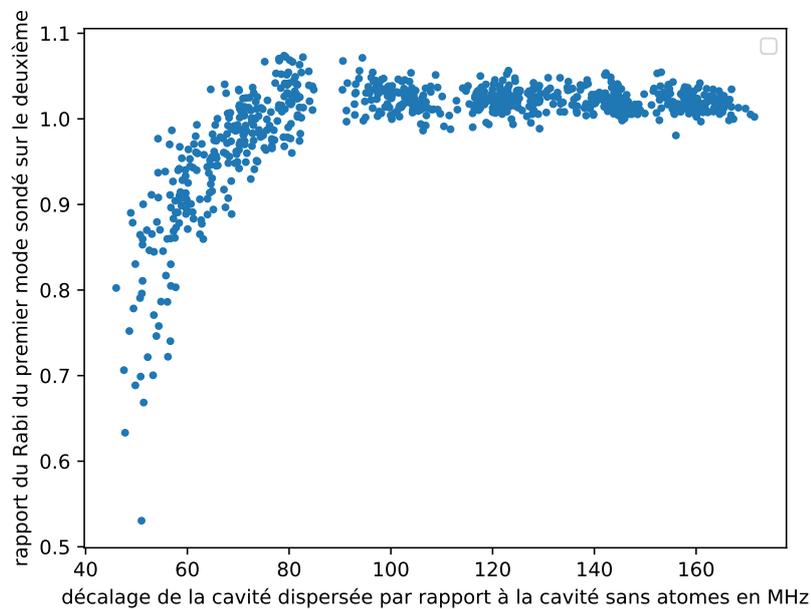


Fig. V.12  $\theta$  en fonction de la mesure dispersive dans le cas d'un balayage croissant de la fréquence de la sonde

$\sqrt{\sum_i g_i^2}$ . Plus ce couplage collectif diminue, plus les deux modes brillants s'approchent de la distribution inhomogène de largeur  $\Delta\omega$  contenant des états dépompant l'ensemble atomique vers d'autres niveaux hyperfins. Le système n'est plus protégé et ne montre plus deux uniques modes propres brillants.

Montrons un spectre expérimental dans ce régime de couplage :

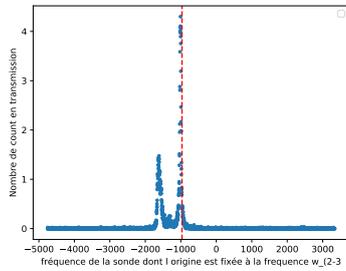


Fig. V.13 Spectre moyenné de transmission d'un spectre "collapse" à faible couplage

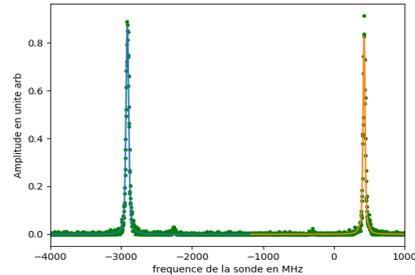


Fig. V.14 Spectre de transmission d'un doublet de Rabi moyenné à fort couplage

Les figures V.14 et V.13 présentent deux exemples de spectres dans deux régimes de couplage différent. Dans le cas  $\Omega \gg \Delta\omega$ , on observe deux modes brillants bien distincts (cf V.14). Le système est protégé contre les sources d'inhomogénéités. En revanche lorsque que le couplage devient de l'ordre de grandeur de la largeur inhomogène (cf V.13), les deux modes propres brillants sont affectés par la présence des états de cette distribution inhomogène. La présence de ces états agit comme une source de dépompement de l'ensemble des atomes vers le niveau  $F = 1$ . C'est pourquoi l'on mesure, sur la figure V.13, une cavité dispersée par la présence des atomes dans  $F = 1$ . Les pointillées rouge indiquent la position de la cavité sans atomes. La mesure du premier mode sondé dépompe totalement l'ensemble des atomes dans  $F = 1$ .

Pour nous convaincre de ce dépompement, nous mesurons l'écart de cette cavité dispersée à la cavité sans atomes. Cet écart est ensuite comparé à la valeur de la première mesure dispersive du nombre d'atomes effectuée un peu plus tôt dans la séquence (cf figure V.15) La loi est bien linéaire de pente proche de 1. L'effet de la sonde à 780 nm dépompe l'ensemble atomique vers le niveau  $F = 1$  quand le couplage collectif  $\Omega$  devient faible. On appelle ce type de spectre, des spectres "collapse".

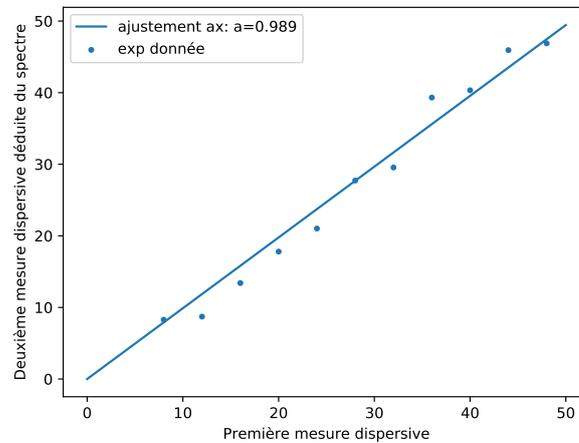


Fig. V.15 Dépendance de la deuxième mesure dispersive déduite du spectre de transmission de cavité après l'effet de dépompage en fonction de la première mesure dispersive du nombre d'atome

### V.6.2 Dépendance avec le sens de balayage de la fréquence de la sonde

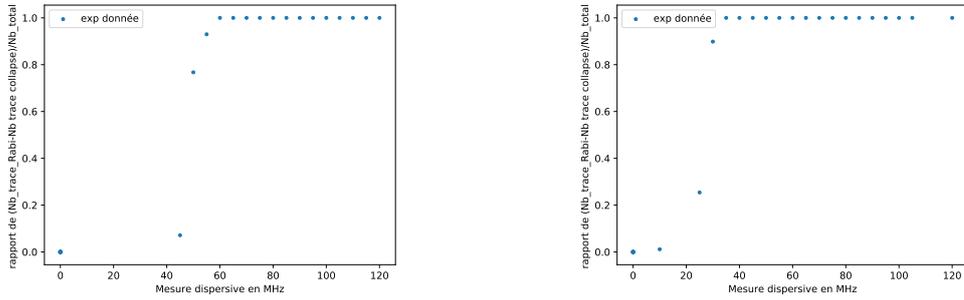
L'apparition de ce phénomène dépend fortement du sens de balayage de la fréquence de la sonde. Lorsqu'on analyse la statistique nombre de spectres "collapse" et nombre de spectres doublet de Rabi, on remarque un seuil apparaissant pour deux valeurs différentes du nombre d'atomes dans le cas croissant et décroissant (cf V.16a et V.16b). Pour cette étude, on définit le rapport

$$t = \frac{\text{Nombre de traces Rabi} - \text{Nombre de trace "collapse"}}{\text{Nombre de traces totales}}$$

On précise que chaque point des courbes de la figure V.16 contient plusieurs spectres situés dans une fenêtre de largeur totale 4 MHz centrée autour d'un décalage dispersif de la cavité avec atomes. Les fluctuations coup à coup de l'expérience (Nombre d'atomes et couplage collectif  $\Omega$ ) suffisent à produire une alternance de doublet de Rabi et de spectres "collapse". On peut donc calculer les fractions respectives de ces deux types de spectres dans la fenêtre sélectionnée. Un rapport égal à 1 signifie que tous les spectres dans la fenêtre considérée sont des doublets de Rabi. Le cas d'un rapport égal à 0 correspond uniquement à des spectres de type "collapse".

On observe que l'effet de dépompage se produit à un nombre d'atomes plus grand dans le cas croissant du balayage de la fréquence de la sonde que dans le cas décroissant. Ceci s'explique qualitativement par la forme de la distribution des fréquences atomiques.

En effet, comme le montre la figure V.17, un ensemble d'état favorable au dépompage est plus important dans la zone basse fréquence. Lorsque l'état  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  est peuplé au cours de la mesure du doublet de Rabi, l'effet de la lumière à 1559 nm le couple à d'autres états hyperfins se relaxant spontanément vers l'état fondamental  $F = 1$  du  $^{87}\text{Rb}$  par des processus à deux photons. La figure V.17 montre parfaitement que la majorité des états dépompant se situe dans la partie basse fréquence de la distribution



(a) Statistique du rapport  $t$  dans le cas d'un balayage croissant de la fréquence de la sonde (b) Statistique du rapport  $t$  dans le cas d'un balayage décroissant de la fréquence de la sonde

Fig. V.16 Statistique du rapport  $t$  dans deux sens de balayage différent

(histogramme en rouge). Ce qui explique l'existence d'une asymétrie de la réponse du système au sens de balayage de la fréquence de la sonde.

La vitesse du balayage participe également à l'effet de dépompage ainsi que la non linéarité de la rampe (cf chapitre 4) de la fréquence de la sonde. Plus il sera rapide, moins l'effet de dépompage sera fort.

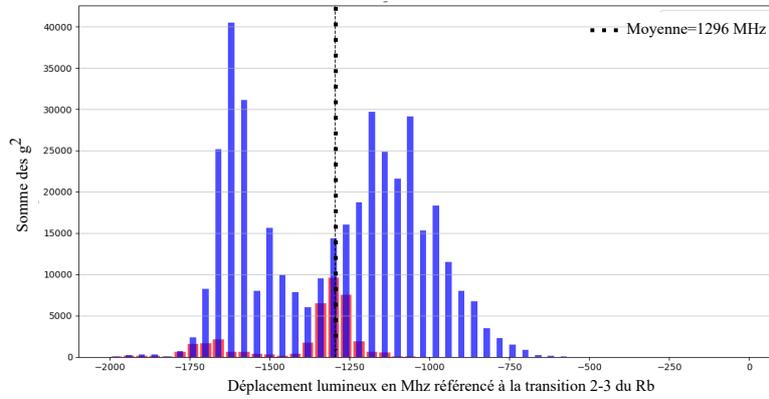
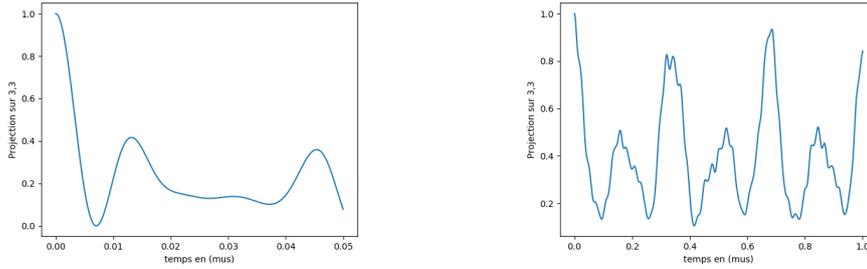


Fig. V.17 Mesure d'une distribution de fréquence atomique pour 100 atomes. L'histogramme présente l'ensemble des états de la distribution. En rouge, on représente l'ensemble des états ayant un recouvrement de plus de 50% avec l'état hyperfin  $|F' = 2, m_{F'} = 2\rangle$

On peut également ajouter un point important. L'effet du dépompage est fortement dépendant de l'intensité de la lumière à 1559 nm.

Prenons l'exemple d'un état préparé dans l'état hyperfin de l'état excité  $|\psi\rangle = |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ . Ici on ne considère que le couplage entre états hyperfins de l'état excité et le cas d'un seul atome. On ne prend pas en compte dans cet exemple le couplage avec un état fondamental. Lorsque  $|\psi\rangle$  évolue dans le temps sous l'effet du hamiltonien

couplant les différents états hyperfins de l'état excité du  $^{87}\text{Rb}$  (cf chapitre 2), il perd peu à peu son recouvrement avec l'état initial après un temps  $t$ . L'évolution temporelle de ce recouvrement nous permet de déduire à quelle vitesse le dépompage se déroule.



(a) Evolution temporelle de la projection de l'état  $|\psi(t)\rangle$  sur l'état  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  pour une profondeur du réseau optique de  $1280 \mu\text{K}$ . On remarque qu'après un temps de  $t = 5 \text{ ns}$ , le système ne possède plus aucun recouvrement avec l'état initial. On a quitté la transition cyclante sur laquelle s'effectue la mesure du doublet de Rabi du vide

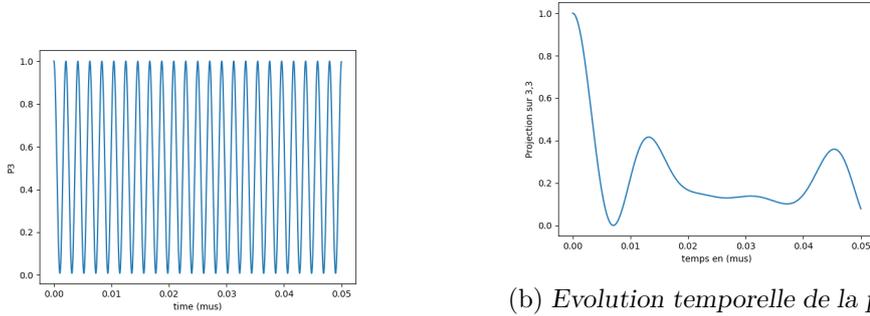
(b) Evolution temporelle de la projection de l'état  $|\psi(t)\rangle$  sur l'état  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  pour une profondeur du réseau optique de  $272 \mu\text{K}$ . On remarque qu'après un temps de  $t = 90 \text{ ns}$ , le système ne possède plus aucun recouvrement avec l'état initial. On a quitté la transition cyclante sur laquelle s'effectue la mesure du doublet de Rabi du vide

Fig. V.18 Evolution temporelle de l'état  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  sans présence pour deux profondeurs données

On déduit des figures V.18a et V.18b deux temps caractéristiques de dépompage pour les deux profondeurs en question. Pour le cas de la profondeur de piège  $1280 \mu\text{K}$ , Ce temps typique correspond à une fréquence de  $\omega_{\text{depompage}} = 200 \text{ MHz}$ . Cette évolution de la projection ne prend en compte de couplage avec un état fondamental.

En ajoutant cette fois ci un couplage  $\Omega$  entre un état fondamental  $|f, 1\rangle$  et l'état  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$ , on comprend alors le rôle du régime de couplage fort dans la dynamique du système en présence de dépompage. Quand le système est excité avec une force de couplage collective  $\Omega \gg \omega_{\text{depompage}}$ , il devient peu sensible au phénomène de dépompage. La dynamique du système est dominée par le couplage collectif des atomes avec le mode champ de la cavité (cf figure V.19a). Ce qui n'est pas le cas d'un couplage plus faible (cf V.19b)

Ce modèle reste qualitatif car il ne considère pas les différentes sources de relaxation atomiques et du champ de cavité. C'est pourquoi on n'observe pas un amortissement des oscillations Rabi. Mais il explique suffisamment bien les observations expérimentales et la zone de faible couplage de la courbe expérimentale V.8.



(a) Evolution temporelle de la projection de l'état  $|\psi(t)\rangle$  sur l'état  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  pour une profondeur du réseau optique de  $1280 \mu\text{K}$ . On remarque que la dynamique du système est dominée par ce couplage atome-champ en couplage fort

(b) Evolution temporelle de la projection de l'état  $|\psi(t)\rangle$  sur l'état  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  pour une profondeur du réseau optique de  $1280 \mu\text{K}$  pour un couplage dipolaire  $\Omega = 100 \text{ MHz}$ . On remarque que la dynamique du système est dominée par l'effet de dépompement. Aucune oscillation de Rabi n'est visible entre l'état fondamental  $|g, 1\rangle$  et l'état excité  $|F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$

Fig. V.19 Effet du couplage fort sur le processus de dépompement

## Conclusion

Ce chapitre traite des effets de protection dans un ensemble inhomogène d'atomes couplés avec un mode de cavité. Nous avons tout d'abord calibré la polarisation et la puissance de la sonde afin de se placer dans le régime des faibles excitations en cavité et d'adresser la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 3\rangle$  avec la bonne polarisation  $\sigma_+$ .

Puis nous avons effectué la caractérisation du régime de protection dans le cas discret. Lors de cette étude, nous avons mis en évidence un effet de dépompement lors des mesures de doublet de Rabi et avons montré qu'en couplage fort le système était protégé contre ce processus de dépompement. Nous avons ensuite détaillé la procédure de mesure de modes propres en étudiant les corrélations entre nombre d'atomes et mesure des doublet de Rabi du vide.

Cette étude a abouti à la mise en évidence de la protection par la cavité d'un ensemble mésoscopique et à une définition du régime de protection opérant à l'échelle de l'atome unique basé sur le nombre de modes propres détectables en transmission de la cavité.



## Chapitre VI

# Modulation fréquentielle des polaritons

Comme nous l'avons dans le chapitre précédent, l'effet de la lumière à 1559 nm est à l'origine de l'élargissement de la distribution de fréquence atomique comme nous. La cavité, en couplage fort, permet alors de protéger le système quantique contre ces effets d'inhomogénéités.

Mais cette lumière offre d'autres possibilités très intéressantes qui se placent directement dans ce qu'on appelle la dynamique de Floquet. Le fort déplacement lumineux [31] de l'état excité rend très sensible le système lorsqu'il est couplé avec un laser à 1559 nm. En modulant la profondeur de piège périodiquement, on crée une forte modulation de la fréquence atomique due au fort effet du déplacement lumineux sur l'état excité. Il est possible d'ouvrir de nouvelles possibilités expérimentales, notamment l'étude de la CQED en régime multi fréquence. On pense par exemple à la génération de mémoires quantiques multi fréquence etc... Pour donner quelques exemples, elle permet de générer des dynamiques de Floquet [27] dans des systèmes d'atomes froids en cavité ou même de simuler des hamiltoniens de la physique du solide [94]. Elle est aussi un outil intéressant afin de construire des portes quantiques [95] dans le domaine des circuits QED. Une observation originale du couplage d'un ensemble d'atomes avec un continuum de mode en espace libre a été rapporté et a donné lieu à des oscillations de Rabi du vide dans le régime multi-mode [96]. Dans ce chapitre, on se propose d'étudier l'effet d'une modulation temporelle sur la fréquence atomique et sa conséquence sur les modes propres du modèle de Tavis Cummings.

On commencera ce chapitre par un état de l'art de cette technique de modulation périodique, puis nous présenterons le modèle physique. Nous finirons par discuter les résultats des mesures des modes propres multi fréquence.

poème mystique :

Piégée dans les tréfonds d'un cosmos agité,  
Ma raison, aux prises avec l'espace et le temps  
Entrevoit le rayon d'un  
Soleil de printemps  
M'extirpant de cet univers si ajusté

Ce réel où s'exerce la Prohairesis  
Accueille les manœuvres de notre praxis.  
Ici se mélangent les manifestations  
Du terrible monde des représentations.

Face au silence de ces espaces infinis,  
Dieu, en chacun de nous, fit éclore une graine,  
Semée par Cette Main o combien Souveraine,  
Et germant sous l'effet de Ses Théophanies

Cette science aux vastes contours intelligibles  
M'amène jusqu'aux portes du monde sensible.  
Ce qui m'était alors des idées insondables  
Deviens, en moi, des évidences appréhendables.

## VI.1 Etat de l'art sur l'ingénierie de Floquet

Il est souvent utile de comprendre dans quel cadre apparait cette modulation temporelle pour en saisir un sens plus pratique. C'est pourquoi on se propose de discuter quelques unes de ses applications.

### VI.1.1 Première application dans le domaine des atomes froids : simulation quantique

Le domaine des atomes a pu bénéficier de l'apport de la modulation périodique. En effet les atomes froids ont l'avantage énorme de simuler avec un haut degré de contrôle des hamiltoniens compliqués de la physique des solides. On pense par exemple aux simulations de l'effet Hall quantique [94] [97] ou même de ce même effet en régime de liaisons fortes [28]. Il faut préciser que cette recherche est intimement liée avec le concept de topologie en mathématiques et la création d'états topologiques de la matière [98].

En modulant périodiquement la profondeur de piège d'un réseau optique, il est possible de générer de nouveaux types de couplage décrits par le modèle de Haldane ou de Hofstadter [28] avec un système de fermions ultra froids [99] (voir figure VI.1) Le forma-

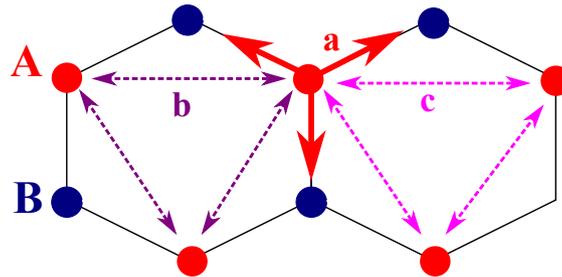


Fig. VI.1 Schéma de la réalisation du modèle de Haldane. Le système présente des sauts entre seconds voisins de paramètre de couplage complexe brisant la symétrie par renversement du temps

lisme utilisé, que l'on ne détaille pas, est celui de la théorie de Floquet. Cette modulation permet un contrôle des facteurs de couplage entre sites qui dépendent de fonctions de Bessel dont les paramètres sont ajustables expérimentalement comme l'indique la formule (VI.1)

L'effet de la brisure de symétrie dans le modèle de Haldane consiste en une ouverture d'une zone entre deux cônes de Dirac. Les deux bandes d'énergie de conduction et de valence ne se connectent plus en un point. Ces deux bandes possèdent un nombre de Chern (caractérisant le degré topologique de la matière) qui leur est bien spécifique. Tout système quantique créé dans ces bandes topologiques possède une caractéristique topologique qui devient robuste face aux fluctuations. C'est une propriété générale de la bande. Il devient alors possible de créer des états de la matière topologiquement protégés notamment dans les extrémités de la chaîne (états de bords) [59].

Pour conclure sur ces éléments topologiques, une application à fort potentiel serait la génération d'intrication dans de la matière topologique. La protection topologique rendrait l'intrication robuste face aux sources de fluctuations locales.

### VI.1.2 Contrôle des termes de couplages d'un Hamiltonien

Un effet original de la modulation de fréquence se situe dans le contrôle des termes contra rotatifs dans le modèle de Rabi, ceux qu'on néglige lors l'approximation de l'onde tournante. C'est ce qu'on appelle le modèle de Rabi anisotrope. En faisant une transformation spécifique du hamiltonien de Jaynes Cummings, la modulation temporelle sur un des paramètres du système se transfère directement sur les valeurs de couplage  $g$  entre les atomes et un champ électrique [100].

Prenons le hamiltonien de Jaynes Cummings dans lequel la fréquence atomique  $\omega_a(t) = \omega_0 + \eta\nu \cos(\nu t)$  est modulée à la fréquence  $\nu$  avec un indice de modulation valant  $\eta$  :

$$H_{JC} = \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} (\omega_0 + \eta \cos(\nu t)) \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^- + g (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$$

En appliquant une transformation sur le hamiltonien du type :

$$T(t) = e^{-i\omega_c t \hat{a}^\dagger \hat{a} - i\frac{1}{2} (\omega_0 + \eta \sin(\nu t)) \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^-}$$

On déduit un nouvel hamiltonien  $\tilde{H}$  :

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= T^\dagger H T - iT^\dagger \frac{d}{dt} T \\ &= g (\sigma^+ e^{i(\omega_0 t + \eta \sin(\nu t))} + \sigma^- e^{i(\omega_0 t + \eta \sin(\nu t))}) \cdot (\hat{a} e^{-i\omega_c t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega_c t}) \\ &= \sum_n g J_n(\eta) [\hat{\sigma}^+ \hat{a} e^{i(\delta + n\nu)t} + c.c.] + \sum_m J_m(\eta) [\sigma^+ \hat{a}^{dagger} e^{i\Delta_m t} + c.c.] \end{aligned} \quad (\text{VI.1})$$

où  $\delta = \omega_0 - \omega_c$  est le désaccord entre la fréquence de cavité et la fréquence atomique,  $J_n(\eta)$  est la  $n^{\text{ième}}$  fonction de Bessel de première espèce et  $\Delta_m = \omega_0 + \omega_c + m\nu$ . On remarque qu'il est possible de contrôler directement les termes contra rotatifs pour les rendre dominants ou non dans la dynamique du système. Ce contrôle permet entre autre d'étudier des transitions de phase entre une phase normale et une phase de superradiance [101] en variant le paramètre de couplage à travers ces fonctions de Bessel mais aussi d'autres transitions plus similaires à celle du modèle de Dicke ou du modèle d'Ising en magnétisme [102].

### VI.1.3 Génération de "polaritons de Floquet" en cavité

Une autre application originale dans le domaine des cavités optiques est la génération de polaritons de Floquet [27]. La modulation de fréquence offre un outil supplémentaire afin de créer un couplage entre un ensemble atomique et des modes de cavité, notamment lors de l'ajustement du spectre atomique et des modes de la cavité. En d'autres mots, il est possible de rendre résonant un nuage d'atomes avec différents modes d'une cavité non dégénérée comme le montre le schéma VI.2

En règle générale, l'ensemble atomique se couple avec un seul mode de cavité. Dans le régime de couplage fort, les modes propres du système atome-cavité sont donnés par le modèle de Jaynes Cummings. La mesure de la transmission de la cavité révèle l'existence de ces deux modes propres, c'est le doublet de Rabi du vide. Pour accéder au couplage avec des modes transverses d'une cavité non dégénérée, il faut modifier le spectre atomique initial en modulant temporellement à la fréquence  $f$  un des paramètres du système. Le

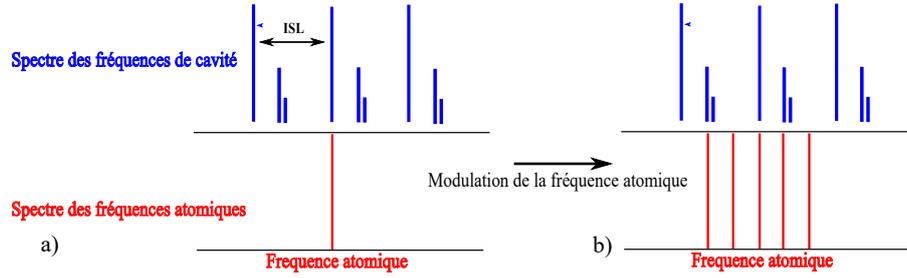


Fig. VI.2 Schéma du spectre de cavité et atomique. a) seul une fréquence atomique est résonante avec le mode  $TEM_{00}$  de la cavité. b) on module périodique la fréquence atomique, ce qui fait apparaître un peigne de fréquence de atomique. Il alors possible d'ajuster la fréquence de modulation pour rendre plusieurs fréquence atomique virtuelle résonante avec plusieurs mode de la cavité. Ici deux modes de cavité ( $TEM_{00}$  et  $TEM_{01}$  sont résonantes avec deux fréquences atomiques virtuelles)

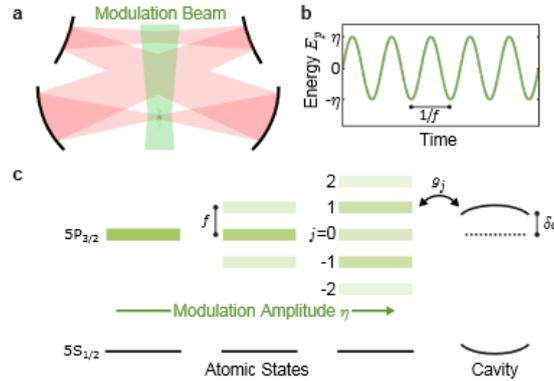


Fig. VI.3 Figure tirée de [27] Schéma de la modulation de fréquence de l'article [27]. Comme indiqué dans (c), plus on augmente l'amplitude modulation , plus on fait apparaître de fréquences atomiques dans le spectre atomique. Toute la suite de la porcédure se situe dans l'ajustement de la fréquence de modulation  $f$  pour faire correspondre plusieurs modes de cavité avec plusieurs dents de ce spectre atomique

spectre atomique ne présente plus alors une seule fréquence de résonance atomique mais un peigne de fréquences atomiques "virtuelles" (cf figure VI.3)

Prenons l'exemple d'un hamiltonien couplant un ensemble d'atomes avec plusieurs modes de cavité (cet hamiltonien ne décrit pas entièrement le système de [27]. Il sert uniquement à illustrer le propos). C'est un hamiltonien effectif qui couple chacun des modes avec une unique superposition d'atomes excités caractérisé par l'opérateur annihilation  $p_n$  :

$$H = \sum_n \delta_{c,n} a_n^\dagger a_n + \delta_e(t) \sum_n p_n^\dagger p_n + \sum_n g_n (a_n^\dagger p_n + a_n p_n^\dagger)$$

où la somme sur  $n$  correspond à  $n$  modes de la cavité,  $a_n$  l'opérateur annihilation d'une

excitation photonique d'un des modes du champ,  $\delta_e(t) = \omega_a + \eta \cos(\omega t)$ ,  $\delta_{c,n} = \omega_{c,n}$  où  $\omega_{c,n}$  est la fréquence de résonance du  $n^{\text{ème}}$  mode de la cavité. En faisant la transformation  $T = e^{ip_n^\dagger p_n \sin(\omega t)}$ , on transfère la modulation périodique sur les forces de couplage :

$$H = \sum_n \delta_{c,n} a_n^\dagger a_n + \omega_a \sum_n p_n^\dagger p_n + \sum_n \sum_j g_{n,j} (a_n^\dagger p_n + a_n p_n^\dagger)$$

où  $g_{n,j} = g_n J(\frac{\eta}{\omega})$ . Le hamiltonien périodique pour chaque mode de cavité s'écrit :

$$H_n = \delta_{c,n} a_n^\dagger a_n + \omega_a p_n^\dagger p_n + \sum_j g_{n,j} e^{ij\omega t} (a_n^\dagger p_n + a_n p_n^\dagger)$$

On remarque plusieurs choses. Plusieurs bandes apparaissent avec lesquelles l'ensemble des atomes peut se coupler. Chaque bande est caractérisée par un couplage  $g_{n,j}$  et une fréquence  $\omega_j = j\omega$ . Leur sélection s'effectue en positionnant la cavité proche de résonance avec une des fréquences  $\omega_j$ . La fréquence de modulation étant très grande devant le couplage collectif  $\Omega$ , en isolant une des bandes, tous les autres sont rendues non résonantes. Le hamiltonien pour un mode  $n$  se ramène au cas simple du hamiltonien de Jaynes Cummings classique :

$$H_n = \delta_{c,n} a_n^\dagger a_n + \omega_a p_n^\dagger p_n + g_n (a_n^\dagger p_n + a_n p_n^\dagger) \quad (\text{VI.2})$$

Pour chaque position de la cavité bien définie et résonnante avec chaque bande, on observe pour chaque bande un doublet de Rabi du vide (cf figure VI.4).

Ce raisonnement est effectué sur un des modes de la cavité. Mais en choisissant correctement la fréquence de modulation  $\omega$ , il est possible de rendre plusieurs bandes résonantes avec différents modes de la cavité. Le terme "ajustement du spectre atomique avec le spectre de la cavité" tire son origine de cet effet.

On crée alors un système où l'ensemble atomique se couple avec plusieurs modes de la cavité, générant ce qu'on appelle des "polaritons de Floquet". Dans [27], la transmission de la cavité met en évidence de plusieurs fréquences atomiques issues de la modulation périodique à la fréquence  $\omega_m$ . Dans cet exemple,  $\omega_m \gg \Omega$ ,  $\Omega$  étant la fréquence de Rabi du système atome-cavité. C'est pourquoi ils mesurent successivement plusieurs doublet de Rabi centrés sur chaque fréquence atomique virtuelle en balayant la fréquence de cavité (cf figure VI.4)

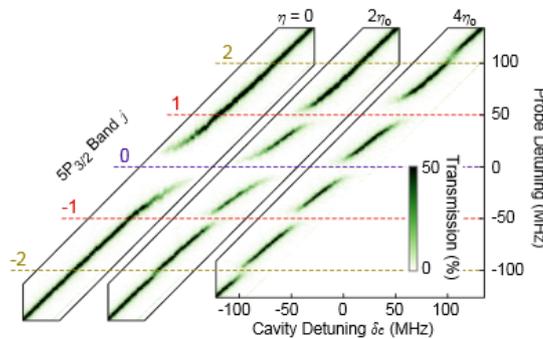


Fig. VI.4 Figure tirée de [27]. Mesure de la transmission de la cavité

Une application intéressante réside en le blocage de Rydberg appliqué aux deux polaritons noirs générés dans chacun des modes de la cavité ( $TEM_{00}$  et  $TEM_{40}$ ). En effet il a été démontré [103] que les états noirs ainsi générés dans chaque mode de la cavité  $TEM_{00}$  et  $TEM_{40}$  contiennent un recouvrement beaucoup plus important avec l'état de Rydberg que les deux polaritons brillants.

On peut alors généraliser ce blocage Rydberg aux polaritons noirs créés à travers ces deux modes. C'est à dire que si un des polaritons noirs entrent dans la cavité, l'état noir de l'autre mode ne peut entrer dans la cavité. Créant un fort couplage entre les polaritons du mode  $TEM_{00}$  et  $TEM_{40}$  mesurable en analysant le flux de photon en sortie de cavité (mesure de coïncidence entre deux détecteurs mesurant chacun le flux de photon du  $TEM_{00}$  et  $TEM_{40}$ ). Cela ouvre alors les portes à des applications en information quantique et répéteurs quantiques [104] employant le blocage Rydberg à travers plusieurs cavités.

Finalement, la force de cette technique réside en la possibilité d'ajuster le spectre atomique pour des applications en information quantique, notamment dans des schémas de logique quantique ou des opérations à deux Qubits [29]. Elle permet aussi dans d'autres cas de préserver la cohérence d'états intriqués et les rendre plus robustes face aux phénomènes de décohérence dus à des couplages avec l'environnement [105]

Faisons un parallèle avec notre expérience. Nous sommes dans une configuration totalement différente dans le sens où la fréquence de modulation  $\omega \ll \Omega$  est plus petite que le couplage collectif. Ce qui implique que la simplification des termes de bandes hors résonance amenant le hamiltonien de l'équation (VI.2) n'est pas possible.

Ce qui ouvre un nouveau traitement de cette modulation périodique du hamiltonien de Jaynes Cummings en régime de couplage fort.

#### VI.1.4 Applications en circuit QED et logique quantique

La modulation de fréquence est aussi un outil utilisé dans le domaine des circuits CQED. Elle permet de construire des portes quantiques opérant sur des échelles de temps très rapides [95]. En effet on peut envisager des opérations à deux qubits utilisant ce qu'on appelle des transitions de bandes latérales. [106]. Considérons deux qubits soumis à une modulation temporelle de leur fréquence atomique couplée à un résonateur. Cette modulation génère un peigne de fréquence atomique pour chaque qubit. En couplant une des bandes latérales d'un des qubits avec le mode du résonateur, il est possible de générer un état intriqué qubit-résonateur. Le résonateur transfère ensuite l'intrication vers les deux qubits (cf figure VI.5). L'état initial du système est noté  $|\psi\rangle = |g,g,0\rangle$ , c'est à dire le qubit  $A$  dans l'état quantique fondamental  $|g\rangle$ , le qubit  $B$  dans l'état quantique fondamental  $|g\rangle$  et 0 le nombre de photons dans le résonateur. On applique une impulsion  $\pi$  sur le qubit  $B$  sur la transition de la bande latérale  $|g0\rangle \rightarrow |e0\rangle$ , l'état  $|\psi\rangle$  s'écrit alors  $|\psi\rangle = |g,e,0\rangle$ . On applique ensuite une impulsion  $\frac{\pi}{2}$  appliquée à l'atome  $A$ . L'impulsion s'effectue sur la transition de la bande latérale du qubit  $A$ . Celle ci couple les deux états  $|g0\rangle \rightarrow |e1\rangle$ . On écrit alors  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g,e,0\rangle + e^{i\phi}|e,e,1\rangle)$ . La dernière étape est une impulsion  $\pi$  sur le qubit  $B$  qui génère l'état final  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g,e,0\rangle + e^{i\phi}|e,g,0\rangle)$ . L'impulsion s'effectue ici aussi sur la transition de la bande latérale du qubit  $B$ .

On note également d'autres applications dans les mémoires quantiques multi mode où la modulation de fréquence permet d'adresser chaque mode de la mémoire quantique avec

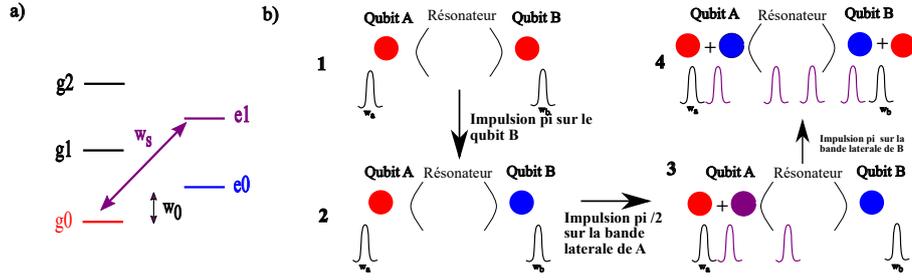


Fig. VI.5 Schéma de principe du transfert d'intrication assisté par le résonateur. (a) Schéma énergétique du système couplé qubit résonateur. Chaque chiffre indique le nombre de photons dans le résonateur.  $g$  indique l'état fondamental et  $e$  l'état excité. (b) Schéma expérimental afin de l'intrication de deux qubit A et B. Le code couleur coïncide avec le diagramme énergétique de (a)

un photon d'une bande latérale [107]

## VI.2 Effet d'une modulation temporelle sur les modes propres du système atomes-cavité

La modulation périodique modifie la forme des hamiltoniens décrivant le couplage de  $N$  atomes avec un mode de cavité [28]. Cette modulation apporte un degré de complexité supplémentaire que l'on détaille dans cette section.

### VI.2.1 Expression du battement dans le cas général et effet sur la fréquence atomique

Présentons l'effet d'une modulation de la profondeur de piège d'un réseau optique sur la fréquence atomique d'un ensemble atomique. Considérons deux champs optiques que l'on note  $E_s(t) = E_s \exp^{i\omega_s t + i\phi}$  et  $E_c(t) = E_c \exp^{i\omega_c t + i\phi}$ . Le champ total et l'intensité de la lumière dans la cavité s'écrivent :

$$\begin{aligned} E_{tot}(t) &= E_c(t) + E_s(t) \\ I_{tot}(t) &= (E_c(t) + E_s(t)) \cdot (E_c(t) + E_s(t))^* \\ I_{tot}(t) &= |E_c|^2 + |E_s|^2 + 2E_c E_s \cos(\omega_m t + \phi) \end{aligned}$$

La profondeur de piège  $U(t)$  est proportionnelle à l'intensité du champ total. Il est plus simple de raisonner sur la profondeur de piège pour comprendre l'essence de cette modulation sur le système physique dans la suite :

$$U(t) = U_0 + \delta U(t) \quad (\text{VI.3})$$

De la formule (VI.3), on tire une composante indépendante du temps  $U_0 \propto |E_c|^2 + |E_s|^2$  et une contribution  $\delta U(t)$  proportionnelle à  $2E_c E_s \cos((\omega_m)t + \phi)$  qui oscille à la fréquence  $\omega_m = \omega_c - \omega_s$ .

Rappelons également que le laser à 1559 nm modifie les fréquences atomiques du  $^{87}\text{Rb}$ , notamment la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 3\rangle$  qui voit l'état

## VI.2. EFFET D'UNE MODULATION TEMPORELLE SUR LES MODES PROPRES DU SYSTÈME AT

$F = 3$  subir un déplacement lumineux 50 fois plus grand que l'état fondamental  $F = 2$  [31]. Pour considérer cet effet du piège, on écrit la fréquence atomique  $\omega_a$  de la transition  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 3\rangle$  sous la forme :

$$\omega_a(t) = \omega_{a,0} + \omega_{LS}(t)$$

où  $\omega_{a,0}$  est la fréquence atomique sans présence de laser à 1559 nm et  $\omega_{LS}(t)$  la correction d'origine optique à la fréquence atomique. On détaille un peu plus la contribution  $\omega_{LS}(t)$  car celle ci possède une composante constante  $\omega_{LS,0}$  proportionnelle à  $U_0$  et une composante oscillante  $\delta\omega_a(t)$  proportionnelle à  $\delta U(t)$

$$\omega_{LS}(t) = \omega_{LS,0} + \delta\omega_a(t)$$

La fréquence atomique s'exprime alors :

$$\begin{aligned}\omega_a(t) &= \omega_{a,0} + \omega_{LS,0} + \delta\omega_a \cos((\omega_c - \omega_s)t + \phi) \\ \omega_a(t) &= \omega_a^{LS} + \delta\omega_a \cos(\omega_m t + \phi)\end{aligned}$$

avec  $\omega_a^{LS} = \omega_{a,0} + \omega_{LS,0}$

La modulation de la fréquence atomique est le produit d'une interférence entre le champ  $E_s$  et le champ  $E_c$ . On suppose que ce battement entre ces deux champs agit comme une perturbation à la quantité  $\omega_a^{LS}$ .

Un développement limité d'ordre 1 de cette fréquence  $\omega_{LS}(U, t)$  en fonction de la profondeur de piège  $U$  autour de la profondeur de piège moyenne  $U_0$  qui définit la correction constante  $\omega_{LS,0}$  donne :

$$\begin{aligned}\omega_{LS}(U, t) &= \omega_{LS,0} + \left. \frac{\partial \omega_{LS}}{\partial U} \right|_{U=U_0} (U - U_0) \\ \omega_{LS}(U, t) &= \omega_{LS,0} + \left. \frac{\partial \omega_{LS}}{\partial U} \right|_{U=U_0} \delta U(t)\end{aligned}\tag{VI.4}$$

Le déplacement lumineux de la fréquence atomique  $\omega_a$  s'exprime à travers le terme  $\omega_{LS}(U, t)$ . Ce déplacement optique varie instantanément et est linéaire avec la profondeur  $U$ . On écrit alors :

$$\omega_{LS}(t) = \alpha U(t)$$

Le terme  $\left. \frac{\partial \omega_{LS}}{\partial U} \right|_{U=U_0}$  vaut alors  $\alpha$  que l'on peut exprimer en fonction de  $U_0$  :

$$\alpha = \frac{\omega_{LS,0}}{U_0}$$

. En injectant cette expression (VI.4), on obtient :

$$\begin{aligned}\omega_{LS}(U, t) &= \omega_{LS,0} + \frac{\omega_{LS,0}}{U_0} \delta U \cos(\omega_m t + \phi) \\ \omega_{LS}(U, t) &= \omega_{LS,0} + \frac{\omega_{LS,0}}{U_0} \frac{\delta U}{\omega_m} \omega_m \cos(\omega_m t + \phi) \\ \omega_{LS}(U, t) &= \omega_{LS,0} + \beta \omega_m \cos(\omega_m t + \phi)\end{aligned}$$

On appelle indice de modulation la quantité  $\beta$ .

$$\beta = \frac{\omega_{LS,0}}{U_0} \frac{\delta U}{\omega_m} \quad (\text{VI.5})$$

C'est le rapport entre l'excursion en fréquence autour de la fréquence moyenne et la fréquence du signal modulant  $\omega_m$

### VI.2.2 Expression des modes propres

Dérivons les modes propres du hamiltonien en présence d'une modulation périodique de la fréquence atomique dans le cas protégé. On considère le hamiltonien de Tavis-Cummings homogène décrivant le couplage de  $N$  atomes avec un mode de cavité  $\hat{a}$ . On se place dans le cas où les  $N$  atomes forment un "super atome" de fréquence de Rabi  $G = g\sqrt{N}$  et de fréquence atomique  $\omega_a$ . Le hamiltonien prend la forme :

$$H = \omega_c a^\dagger a + \omega_a(t) \sigma^+ \sigma^- + G(a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-) + \eta(ae^{i\omega_p t} + a^\dagger e^{-i\omega_p t})$$

où  $\omega_c$  est la fréquence de cavité,  $\omega_a$  la fréquence atomique,  $G$  la fréquence de Rabi à  $N$  atomes,  $\eta$  le taux de photons à la fréquence  $\omega_p$  de la lumière pompe couplée avec le mode de cavité.

En se plaçant dans le référentiel du champ de pompe à la fréquence  $\omega_p$  après une transformation  $T = e^{-\omega_p t a^\dagger a} e^{-i\omega_p t \sigma^+ \sigma^-}$ , le hamiltonien  $H$  prend la forme :

$$\tilde{H} = T^\dagger H T + i \frac{\partial T^\dagger}{\partial t} T$$

$$\tilde{H} = (\omega_c - \omega_p) a^\dagger a + (\omega_a(t) - \omega_p) \sigma^+ \sigma^- + g(a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-) + \eta(a^\dagger + a)$$

$$\tilde{H} = (\Delta_{cp}) a^\dagger a + (\omega_a^0 - \omega_p) \sigma^+ \sigma^- + g(a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-) + \eta(a^\dagger + a) + \delta\omega_a \cos(\omega_m t + \phi) \sigma^+ \sigma^-$$

Dans le régime des faibles excitations et dans un sous espace défini par les vecteurs  $\{|f,1\rangle, |e,0\rangle\}$ ,  $\tilde{H}$  prend la forme :

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \Delta_{cp} & g \\ g & \Delta_{ap} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta\omega_a \cos(\omega_m t) \end{pmatrix}$$

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_I$$

$$\text{où } \tilde{H}_0 = \begin{pmatrix} \Delta_{cp} & G \\ G & \Delta_{ap} \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{H}_I = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta\omega_a \cos(\omega_m t) \end{pmatrix}$$

On peut tout d'abord exprimer les vecteurs propres et énergies propres du hamiltonien  $\tilde{H}_0$  puis traiter le hamiltonien général  $\tilde{H}$  dans cette base de vecteurs propres : Les énergies propres du hamiltonien  $\tilde{H}_0$  sont de la forme :

$$E_\pm = \frac{\Delta_{ac} + \Delta_{ap}}{2} \pm \sqrt{G^2 + \left(\frac{\Delta_{ap} - \Delta_{cp}}{2}\right)^2}$$

$$E_\pm = \frac{\omega_a + \omega_c}{2} - \omega_p \pm \sqrt{G^2 + \left(\frac{\Delta_{ap} - \Delta_{cp}}{2}\right)^2}$$

## VI.2. EFFET D'UNE MODULATION TEMPORELLE SUR LES MODES PROPRES DU SYSTÈME AT

Dans la suite, on se place dans le cas à résonance  $\omega_a = \omega_c$ . Suivant le modèle de l'atome habillé par le champ, on ajoute les pertes  $\kappa$  de la cavité et le taux de relaxation atomique  $\gamma$  à la fréquence de cavité et à la fréquence atomique sous forme d'une partie imaginaire :

$$\begin{aligned}\omega_a &\rightarrow \omega_a + i\gamma \\ \omega_c &\rightarrow \omega_c + i\kappa \\ \tilde{\omega}_0 &= \frac{\omega_a + i\gamma + \omega_c + i\kappa}{2}\end{aligned}$$

Les énergies propres  $E_{\pm}$  s'expriment alors à résonance ( $\Delta_{ca} = 0$ ) :

$$\begin{aligned}E_{\pm} &= \tilde{\omega}_0 - \omega_p \pm G \\ |\psi_+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|g,1\rangle + |e,0\rangle) \\ |\psi_-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|g,1\rangle - |e,0\rangle)\end{aligned}$$

On peut dès lors exprimer  $\tilde{H}$  dans la base des vecteurs  $\{|\psi_+\rangle, |\psi_-\rangle\}$  :

$$\tilde{H}' = \begin{pmatrix} \tilde{\omega}_0 - \omega_p + G & 0 \\ 0 & \tilde{\omega}_0 - \omega_p - G \end{pmatrix} + \frac{\delta\omega_a}{2} \cos(\omega_m t + \phi) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{VI.6})$$

L'expression (VI.6) nous indique que la modulation à  $\omega_m$  modifie la fréquence de Rabi à  $N$  atomes (éléments non diagonaux de l'expression de  $H'_T$ ) et couple les deux états  $|\psi_+\rangle$  et  $|\psi_-\rangle$  qui ne sont plus les états propres du système global.

Pour déterminer l'évolution temporelle d'un état quantique  $|\psi(t)\rangle$ , résolvons l'équation de Schrödinger sous l'effet de  $\tilde{H}'$  pour un état quantique de la forme  $|\psi(t)\rangle = c_+(t)|\psi_+\rangle + c_-(t)|\psi_-\rangle$ .

L'équation différentielle vérifiée par les coefficients  $c_+$  et  $c_-$  prend la forme :

$$\begin{aligned}i\frac{\partial c_+}{\partial t} &= \left(\tilde{\omega}_0 - \omega_p + G + \frac{\delta\omega_a}{2} \cos(\omega_m t + \phi)\right)c_+ - \frac{\delta\omega_a}{2} \cos(\omega_m t + \phi)c_- \\ i\frac{\partial c_-}{\partial t} &= \left(\tilde{\omega}_0 - \omega_p - G + \frac{\delta\omega_a}{2} \cos(\omega_m t + \phi)\right)c_- - \frac{\delta\omega_a}{2} \cos(\omega_m t + \phi)c_+\end{aligned}$$

En posant  $c_+ = h_+ e^{-iGt} e^{-i(\tilde{\omega}_0 - \omega_p)t}$  et  $c_- = h_- e^{+iGt} e^{-i(\tilde{\omega}_0 - \omega_p)t}$ , il vient :

$$\begin{aligned}i\frac{\partial}{\partial t} h_+ &= \frac{\delta\omega_a}{2} \cos(\omega_m t + \phi) (h_+ - e^{2igt} h_-) \\ i\frac{\partial}{\partial t} h_- &= \frac{\delta\omega_a}{2} \cos(\omega_m t + \phi) (h_- - e^{-2igt} h_+)\end{aligned}$$

En développant le cosinus, on obtient :

$$\begin{aligned} i\frac{\partial h_+}{\partial t} &= \frac{\delta\omega_a}{4} \left( h_+ e^{i\omega_m t} - h_- e^{i(\omega_m+2g)t} \right. \\ &\quad \left. + h_+ e^{-i\omega_m t} - h_- e^{i(-\omega_m+2g)t} \right) \\ i\frac{\partial h_-}{\partial t} &= \frac{\delta\omega_a}{4} \left( h_- e^{i\omega_m t} - h_+ e^{i(\omega_m-2g)t} \right. \\ &\quad \left. + h_- e^{-i\omega_m t} - h_+ e^{i(-\omega_m-2g)t} \right) \end{aligned}$$

Dans l'approximation  $G \gg \omega_m$  et sous l'approximation de l'onde tournante, on peut négliger les termes oscillant à la fréquence  $G$ . On en déduit deux équations pour  $h_{pm}$  :

$$i\frac{\partial h_{\pm}}{\partial t} = \frac{\delta\omega_a}{2} \cos(\omega_m t + \phi) h_{\pm}$$

Il vient :

$$\begin{aligned} h_{\pm}(t) &= e^{-i\frac{\beta}{2} \sin(\omega_m t + \phi)} h_{\pm}(0) \\ c_{\pm}(t) &= h_{\pm}(t) e^{\mp Gt} e^{-i(\tilde{\omega}_0 - \omega_p)t} \\ c_{\pm}(t) &= e^{\mp iGt} e^{-i(\tilde{\omega}_0 - \omega_p)t} e^{-\frac{\beta}{2} \sin(\omega_m t + \phi)} c_{\pm}(0) \end{aligned}$$

Ayant l'évolution de ces deux coefficients, on exprime à présent le vecteur d'état  $|\psi(t)\rangle$  dans la base initiale  $\{|f,1\rangle, |e,0\rangle$  :

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= c_g(t)|g,1\rangle + c_e(t)|e,0\rangle \\ c_g(t) &= e^{-i\tilde{\omega}_0 t} e^{-i\frac{\beta}{2} \sin(\omega_m t + \phi)} 2 \cos(Gt) c_g(0) \\ c_e(t) &= -e^{-i\tilde{\omega}_0 t} e^{-i\frac{\beta}{2} \sin(\omega_m t + \phi)} 2i \sin(Gt) c_e(0) \end{aligned}$$

### VI.2.3 Expression du spectre de cavité

En s'inspirant de la formule du spectre d'émission de fluorescence d'un atome excité à résonance  $S_F(\nu) = \int e^{i\nu t} \langle \sigma^+(t) \sigma^-(0) \rangle dt$ , on peut exprimer le spectre d'émission de la cavité  $S_c(\omega) = \int_0^\infty e^{i\omega t} \langle a^\dagger(t) a(0) \rangle dt$  sous une forme similaire.

En calculant  $\langle a^\dagger(t) a(0) \rangle$  pour l'état  $\psi(t)$  défini dans la partie précédente, on a :

$$\begin{aligned} S_c(\omega) &= \int_0^\infty e^{i\omega t} \langle a^\dagger(t) a(0) \rangle dt \\ &= \int_0^\infty e^{i\omega t} c_g(0)^* c_g(t) dt \\ &= 2 \int_0^\infty e^{i\omega t} e^{-\tilde{\omega}_0 t} e^{-i\frac{\beta}{2} \sin(\omega_m t + \phi)} \cos(Gt) dt \\ &= \sum_n \frac{J_n\left(\frac{\beta}{2}\right)}{2} \int \left( e^{i(\omega - \tilde{\omega}_0 - n\omega_m + G)t + in\phi} + e^{i(\omega - \tilde{\omega}_0 - n\omega_m - G)t + in\phi} \right) dt \end{aligned}$$

## VI.2. EFFET D'UNE MODULATION TEMPORELLE SUR LES MODES PROPRES DU SYSTÈME AT

Ici la fréquence  $\tilde{\omega}_0$  est une fréquence complexe dont la partie imaginaire contient les pertes de la cavité à la fréquence  $\kappa$  et les pertes par émission spontanée à la fréquence  $\gamma$  :

$$\tilde{\omega}_0 = \omega_a + i \frac{\kappa + \gamma}{2}$$

Le calcul de l'intégrale donne :

$$S_c(\omega) = \sum_n \frac{J_n\left(\frac{\beta}{2}\right)}{2} e^{in\phi} \left( \frac{1}{(\omega - \omega_a - n\omega_m - G) + i \frac{\kappa + \gamma}{2}} + \frac{1}{(\omega - \omega_a - n\omega_m + G) + i \frac{\kappa + \gamma}{2}} \right)$$

De la formule VI.2.3, on déduit la transmission de la cavité :

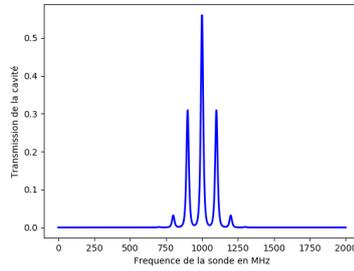
$$T(\omega) = |S_c(\omega)|^2 \quad (\text{VI.7})$$

Plusieurs cas se présentent alors sur l'aspect cohérent ou incohérent de ce qu'on mesure en transmission de la cavité. Dans un cas cohérent, les différents modes à  $n\omega_m$  peuvent interférer et distordre la transmission de la cavité (cf figure VI.6b). La transmission s'exprime alors selon (VI.8). Dans le cas incohérent, la transmission se résume en une somme des carrés de chaque contribution lorentzienne :

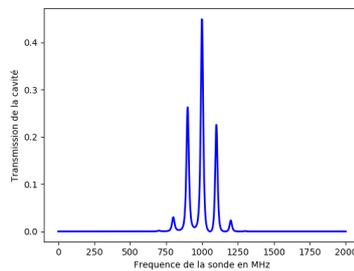
$$T(\omega) = \sum_n \frac{J_n^2\left(\frac{\beta}{2}\right)}{4} \left| \frac{1}{(\omega - \omega_a - n\omega_m - G) + i \frac{\kappa + \gamma}{2}} + \frac{1}{(\omega - \omega_a - n\omega_m + G) + i \frac{\kappa + \gamma}{2}} \right|^2 \quad (\text{VI.8})$$

L'effet est assez net quand on analyse ces deux cas (cf figure VI.6)

Dans notre cas, il n'y a pas de cohérence de phase entre le mode de cavité et la modulation à  $\omega_m$ . C'est à dire la phase  $\phi$  entre les différents modes est une phase aléatoire qui se moyenne à zéro lorsque nous calculons  $\langle a^\dagger(t)a(0) \rangle$ . Nous mesurons donc des spectres de transmission correspondant au cas incohérent.



(a) Cas où la transmission est traitée de manière incohérente



(b) Cas d'une transmission traitée de manière cohérente. C'est à dire que chaque terme de la somme peut interférer avec ses proches voisins

Fig. VI.6 Spectre de transmission dans le cas cohérent et incohérent. On ne montre ici que l'un des modes du doublet de Rabi

### VI.3 Polaritons multi fréquentiels en cavité

Cette section vise à présenter l'étude expérimentale des modes du hamiltonien de Tavis Cummings en présence d'une modulation périodique. Contrairement à [27], cette modulation périodique affecte ici un système en régime de couplage fort. La réponse du système est donc différente et génère plutôt des polaritons multi fréquence en transmission.

On détaillera pour commencer la génération de cette modulation expérimentalement puis la mesure du battement généré. On se concentrera, pour finir, sur l'étude du transfert de la modulation de la fréquence atomique sur les modes propres du hamiltonien en transmission.

#### VI.3.1 Modulation temporelle contrôlée des énergies propres à l'aide d'une sonde

La première observation de ces "polaritons" multi fréquences a été faite dans un schéma légèrement différent de celui actuel. A cette époque, pour des raisons techniques principalement et de bandes passantes des composants électroniques de l'asservissement de la fréquence de cavité, le schéma de Pound Drever Hall était généré avec une fréquence de modulation proche de 170 MHz créant des bandes latérales beaucoup plus proches de la

porteuse que la configuration actuelle (première bande latérale située à 1780 MHz de la porteuse). Le battement entre le champ de la porteuse et celui de la première bande latérale crée alors une modulation de fréquence atomique dans la cavité et une forme multi fréquentielle des modes propres du hamiltonien de Tavis Cummings.

Dans l'optique de comprendre plus en détails cet effet, le système d'asservissement de la cavité a été modifié (en pointillé sur la figure VI.7).

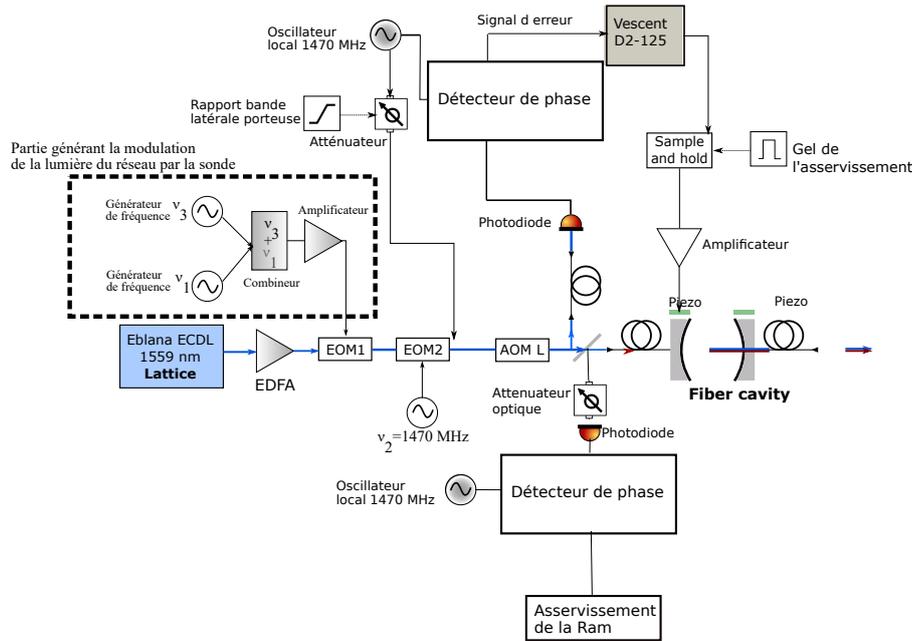


Fig. VI.7 Schéma expérimental permettant la modulation fréquentielle. La partie en pointillé concerne la partie impliquée dans la modulation fréquentielle contrôlée

Le signal RF à la fréquence  $\nu_1 = 6780$  MHz d'indice de modulation  $\beta_1$  et le signal RF à la fréquence  $\nu_3 = 5170$  MHz d'indice de modulation  $\beta_3$  sont combinés dans un séparateur électronique de haute bande passante (6500 GHz) puis amplifiés par un amplificateur électronique<sup>1</sup>. Un EOM est ensuite modulé par ces deux signaux générant la sonde (issue de la modulation à  $\nu_3$  d'indice de modulation  $\beta_3$ ) interférant avec le mode de cavité. La figure VI.8 détaille l'ensemble des modulations.

Le pic de cavité est quant à lui généré à l'aide d'une modulation de phase de l' $EOM_2$  à la fréquence  $\nu_2 = 1480$  MHz et d'indice de modulation  $\beta_2$ . Il devient ainsi possible de contrôler la puissance et la position de la sonde relativement à la position de la cavité optique.

Précisons que modifier l'amplitude de la sonde affecte également les amplitudes de chaque résonance (cf figure VI.8). Elles sont toutes proportionnelles à des fonctions de Bessel de première espèce  $J_n(\beta)$ .

L'asservissement en intensité du champ de la cavité compense l'effet de cette troisième modulation sur l'amplitude du pic de cavité afin de garder une profondeur de piège

1. Amplificateur de Mini Circuit ZVE-8G+

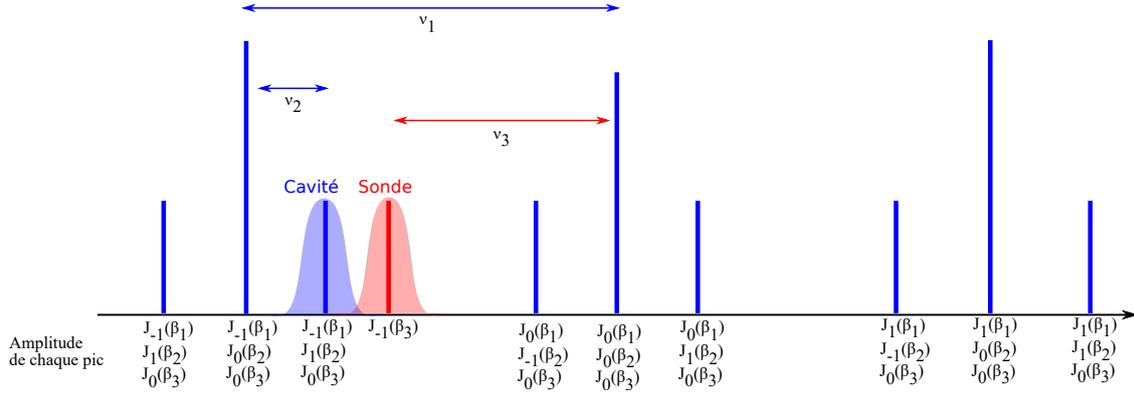


Fig. VI.8 Schéma des différentes fréquences générées par les différentes modulations de phase

constante.

### VI.3.2 Mesure expérimentale des amplitudes des pics modulés

Ce qu'on appelle indice de modulation expérimentale  $\beta_{mod}$  est déduit directement de l'estimation du battement entre l'amplitude de sonde et l'amplitude de la cavité. Ces deux amplitudes sont accessibles grâce à la mesure de la transmission de la cavité. La cavité est balayée temporellement permettant de la rendre résonante avec le pic de sonde, puis avec le pic de cavité.

De plus, la proportion du champ de sonde qui interagit avec le mode de cavité dépend de la demi largeur à mi hauteur  $\kappa$  du profil de transmission de la cavité et de la position de la sonde relativement à celle de la cavité (cf figure VI.8). Ce rapport entre l'amplitude totale du champ de la sonde et l'amplitude de la sonde couplée dans le mode de cavité est donné par :

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_c - \omega_s}{\kappa}\right)^2}}$$

où  $\kappa$  est la demi largeur à mi hauteur de la cavité. Comme nous l'avons rappelé à la formule (VI.3), l'interférence entre ces deux champs crée un battement d'amplitude  $2E_c E_s$ . Ici  $E_s$  est atténuée d'un facteur  $\alpha$ . On a donc que l'amplitude de battement s'exprime selon  $2\alpha E_c E_s$

Pour nous conforter sur le degré de contrôle de cette modulation, nous avons étudié la dépendance de l'amplitude du pic de sonde en fonction de la profondeur de modulation appliquée pour générer la sonde. On s'attend à ce que l'intensité du pic de sonde soit proportionnelle au carré de la fonction de Bessel d'ordre 1  $J_1(\beta_3)^2$  où  $\beta_3$  est l'indice de modulation de la troisième modulation appliquée au premier EOM.

### VI.3.3 Mesure expérimentale de la modulation des doublets de Rabi

L'étude des modes propres du hamiltonien de Jaynes Cummings modulés temporellement s'effectue pour une profondeur du piège de réseau optique de la cavité de 1394  $\mu\text{K}$ .

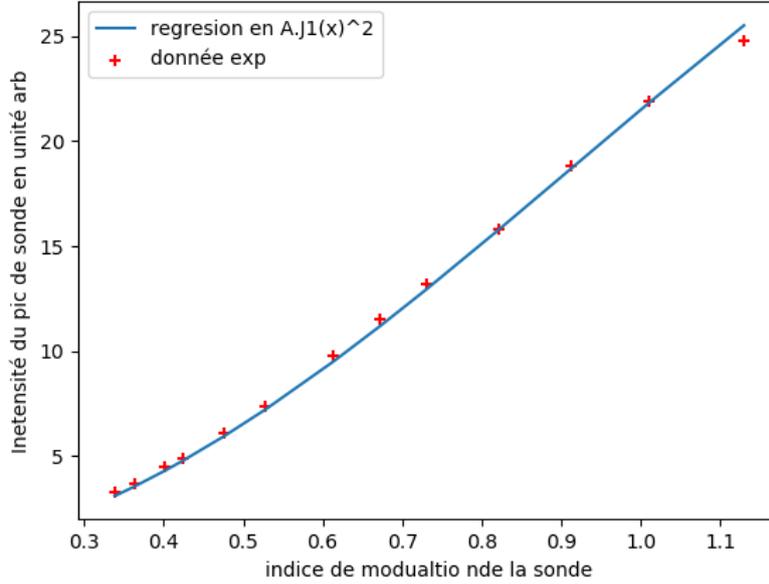


Fig. VI.9 *Dépendance du pic de de sonde en fonction de l'indice de modulation. On observe bien une dépendance en  $J_1(\beta_3)^2$  de l'intensité du pic de sonde*

Cette profondeur définit la position fréquentielle de la cavité qui est ajustée sur la fréquence atomique moyenne déplacée par l'effet du laser à 1559 nm ( $\Delta_{ac} = \omega_a - \omega_c = 0$ ).

La préparation de l'ensemble d'atomes dans la cavité suit exactement le protocole expliqué au chapitre 3. La différence repose essentiellement sur l'ajout d'une modulation périodique de la profondeur de piège à travers le battement du champ de la sonde avec le champ de cavité.

La mesure du doublet de Rabi suit le même protocole détaillé au chapitre 4.

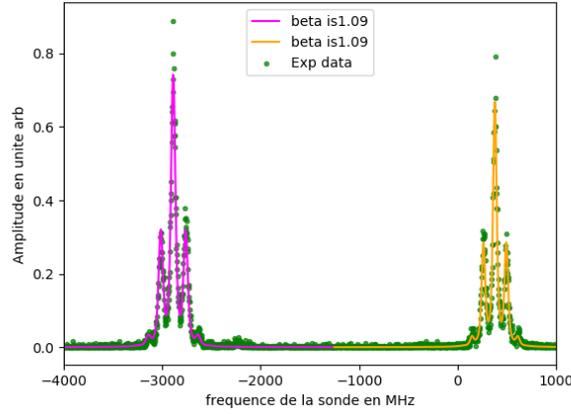
Travaillant dans le régime des faibles excitations (0.14 photons dans la cavité en moyenne), le nombre de photons collectés par le module SPCM (compteur de photons uniques) est faible. Pour chaque valeur d'indice de modulation  $\beta_{mod}$ , il nous faut moyenner l'ensemble des spectres collectés comme nous le verrons ci après.

La formule (VI.5) exprime l'indice de modulation  $\beta_{mod}$  appliqué à la modulation périodique de la fréquence atomique. Donnons sa forme générale dans notre cas :

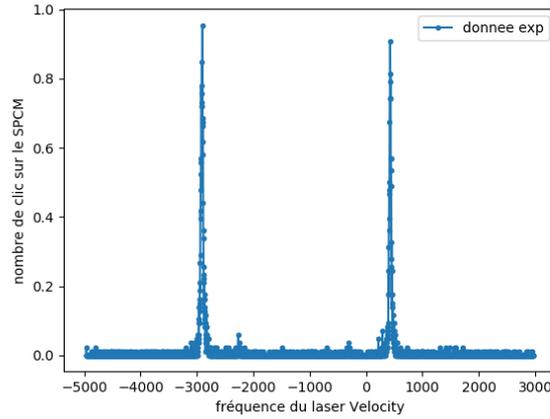
$$\beta_{mod} = \frac{\omega_{LS,0}}{U_0} \frac{\delta U}{\omega_m}$$

Ici  $U_0$  est donnée par l'intensité du champ de cavité  $|E_c|^2 + |E_s|^2$  (voir VI.2.1) qui est stabilisée à l'aide d'un asservissement en intensité.  $\Delta U$  est proportionnel au battement des deux champs prenant en compte le facteur d'atténuation  $\alpha$  VI.3.2 abordé en VI.3.2 :

$$\Delta U = 2\alpha E_c E_s$$



(a) Exemple de spectre moyenné en présence de modulation. L'axe des abscisses correspond à la fréquence du laser Velocity balayé en fréquence. L'origine de cet axe a été fixée à la position de la transition  $F = 2 \rightarrow F = 3$  du  $^{87}\text{Rb}$ .



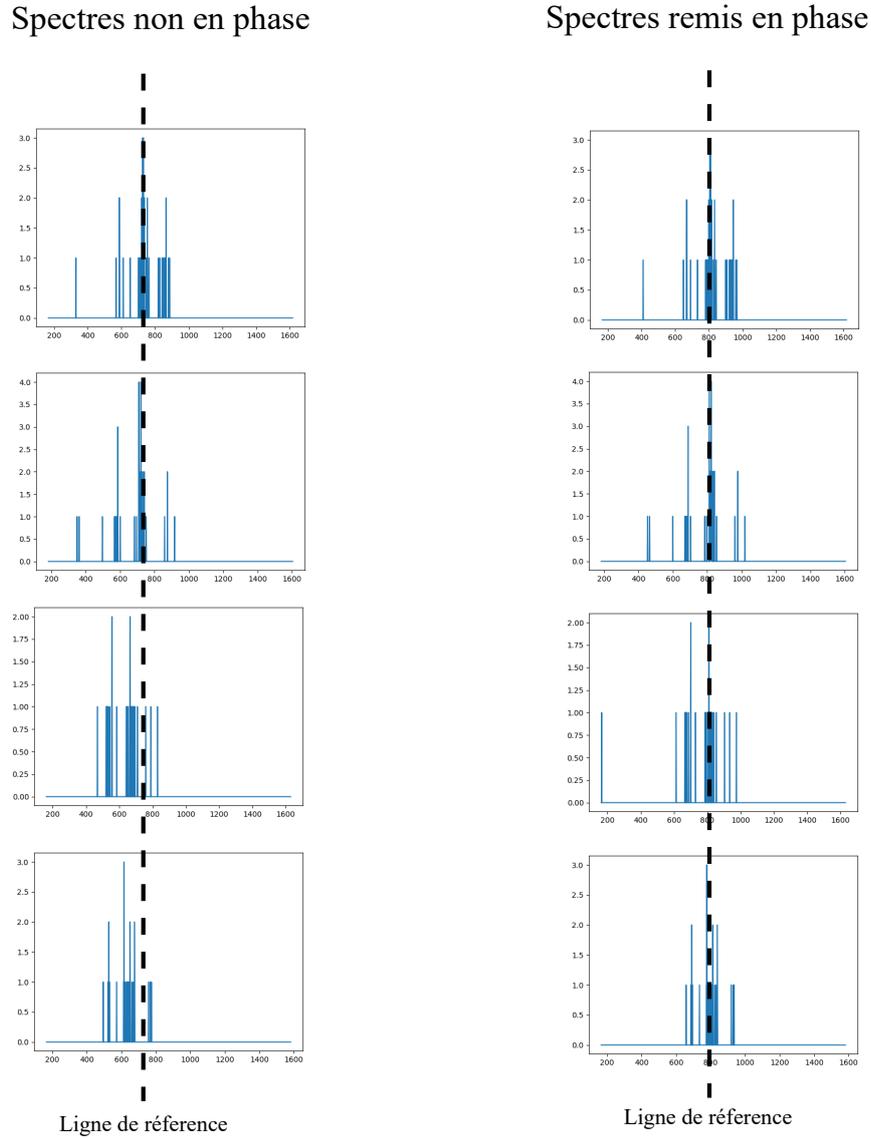
(b) Exemple de trace moyennée en absence de modulation

On déduit alors  $\beta_{mod}$  :

$$\beta_{mod} = \frac{\omega_{LS,0}}{|E_c|^2 + |E_s|^2} \frac{2\alpha E_c E_s}{\omega_m} \quad (\text{VI.9})$$

Il n'est pas possible d'ajuster les données spectre par spectre. Le nombre de photons détectés par spectre est trop faible pour exhiber un comportement multi fréquentiel à l'échelle du spectre unique. Les spectres de VI.10b ont été moyennés une centaine de fois et remis en phase. "Remis en phase" signifie que les maximaux de chaque spectre unique ont été alignés à la même position fréquentielle définie par une valeur de référence (cf figure VI.11) De plus un critère sur la fréquence de Rabi collective a été appliqué pour ne sommer que des spectres caractérisés par une fréquence de Rabi différente  $G$  de moins de 10%.

Une fois le spectre global moyenné, l'ajustement se fait à l'aide d'une somme de fonc-

Fig. VI.11 *Protocole de remise en phase des spectres acquis par le SPCM*

tions de Voigt pondérées par des fonctions de Bessel. En effet la réponse du système doit tenir compte de la réponse lorentzienne de la cavité et des fluctuations gaussiennes du nombre d'atomes (fluctuations thermiques). La fonction de Voigt, étant le produit de convolution d'une fonction lorentzienne de demi largeur à mi hauteur  $\kappa$  et d'une fonction gaussienne de largeur  $\sigma$ , tient alors compte de ces deux particularités du système atome-cavité. Les données sont donc ajustées l'aide de la fonction

$$T(\omega, I_0, \beta, G, \omega_m, \kappa, \sigma) = I_0 \sum_n J_n(\beta)^2 \text{Voigt}(\omega, n\omega_m, G, \kappa, \sigma)^2$$

où la fonction  $\text{Voigt}(\omega, n\omega_m, G, \kappa, \sigma)$  est le profil de Voigt centré sur la fréquence  $G + n\omega_m$  et dont la lorentzienne possède une demi largeur à mi hauteur  $\kappa$  et la gaussienne une

largeur de  $\sigma$ .

La figure VI.14 montre un spectre moyenné ajusté à l'aide de la fonction précédente. L'accord expérience-ajustement, comme nous pouvons le voir, est très bon.

### VI.3.4 Transfert de la modulation du battement aux modes propres de l'Hamiltonien

L'un des premiers éléments intéressant est d'étudier comment la modulation de fréquence initiale se transfère sur le spectre atomique. C'est ce que l'on va détailler dans cette partie.

On peut préciser que lorsque les régressions sont non linéaires, les erreurs sur chaque paramètres ajustés issus des programmes de régression sont souvent non pertinentes. Il faut trouver des méthodes d'estimation des erreurs prenant en compte ces effets. C'est pourquoi, après avoir confronté les données expérimentales au modèle théorique, on détaillera la méthode de "Bootsrap" pour l'estimation des erreurs.

#### a) Variation de l'indice de modulation et courbe d'ajustements

Afin d'étudier l'effet de la modulation de la fréquence atomique, on fait varier le paramètre de battement  $\beta_{mod}$  de la formule VI.5. Puis on déduit comment celui ci affecte les modes propres du hamiltonien. Comme indiqué dans la formule VI.2.3, on s'attend à ce que la modulation de fréquence se retranscrive sur les fréquences propres du hamiltonien avec une profondeur de modulation  $\beta_{atomique}$  valant la moitié de  $\beta_{mod}$  qui s'exprime en fonction du battement du champ de cavité  $E_c$  avec celui de sonde  $E_s$  (voir équation (VI.9))

Le traitement de l'ensemble des données (cf figure VI.12), nous révèle bien une dépendance linéaire de  $\beta_{atomique}$  avec  $\beta_{mod}$ .

Pour les valeurs de  $\beta_{mod}$  faibles, la courbe montre une tendance moins linéaire. On l'explique par l'amplitude très faible du signal de la bande latérale d'ordre 1 qui sort très peu du bruit comme nous pouvons le constater sur la figure VI.13

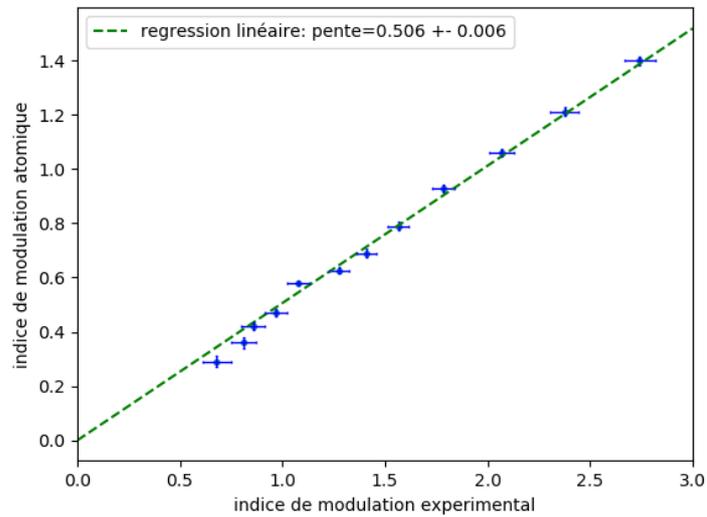


Fig. VI.12 *Indice de modulation atomique en fonction de l'indice de modulation  $\beta$  produit de l'interférence entre le champ de la sonde et celui de la cavité. Chaque point correspond à une centaine de spectres moyennés*

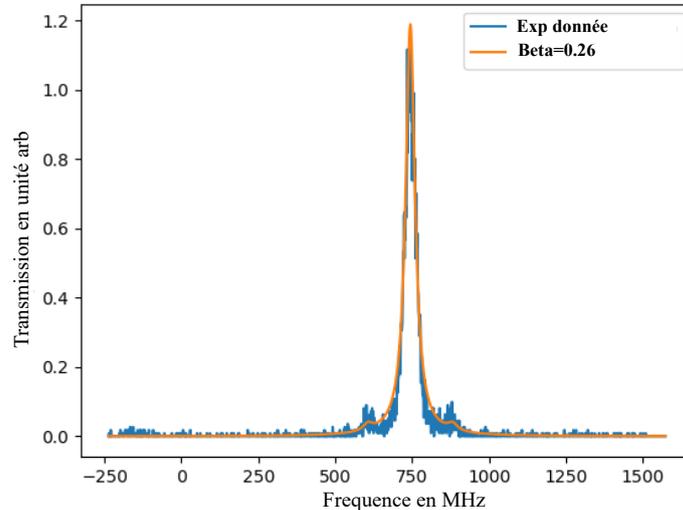


Fig. VI.13 *Exemple de spectre moyenné pour un  $\beta_{mod}$  faible. Les deux ordres 1 et  $-1$  s'extirpent peu du bruit. Ce qui sous estime le  $\beta_{atomique}$  ajustés*

#### b) Méthode du "Bootstrap" pour l'estimation des erreurs sur les paramètres

Lors d'une prise de donnée, il est important de connaître la précision des résultats expérimentaux et générer des barres d'erreurs.

Les algorithmes d'ajustement non linéaires de type Levenberg-Marquardt par exemple

gènèrent souvent une matrice de covariance à partir de laquelle sont déduites les erreurs sur chaque paramètre de la régression. Ces matrices sont reconstruites numériquement par l'algorithme. Lorsque le problème devient non linéaire, il faut prêter attention à ce que calculent exactement les algorithmes d'ajustement.

Une méthode plus générale et robuste basée sur une simulation Monte Carlo permet d'estimer des erreurs et valeur moyenne de paramètres pour des régressions non linéaires. Le principe est de créer un échantillon de données basées sur une seule trace expérimentale. L'unique trace expérimentale possédant  $N$  points, on tire  $N$  couples de points afin de construire des spectres expérimentaux. Ceci est effectué un nombre de fois égal à  $N_{Boot}$  qui peut être très grand afin d'avoir un bon échantillonnage de spectres expérimentaux simulés.

Dans notre cas, tous les spectres simulés seront issus de notre seul spectre moyenné expérimental (cf figure VI.14)

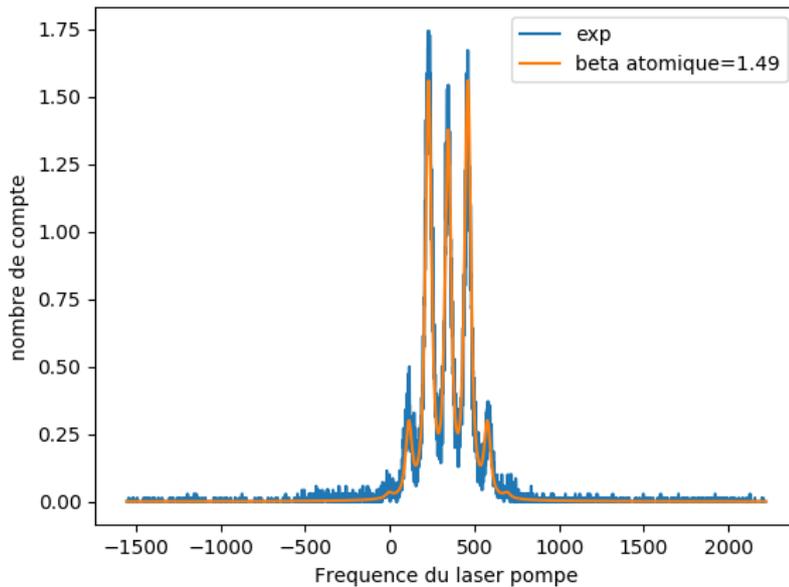


Fig. VI.14 Exemple de spectre multi fréquence moyenné

Prenons l'exemple d'un spectre moyenné possédant  $N$  points. Cette trace possède  $N$  couples  $(x_i, Y_i)$ . Chaque couple  $(x_i, Y_i)$  provient d'une moyenne de  $m$  traces, c'est à dire que  $Y_i = \frac{1}{m} \sum_j y_j$ .

L'échantillon de points  $y_j$  définissant chaque  $Y_i$  suivent une certaine distribution qui peut prendre n'importe quelle allure : gaussienne, poissonienne ou quelconque.

Lorsque la distribution de chaque  $y_j$  est connue, on peut l'utiliser pour simuler de nouveaux échantillons de données. Dans ce cas, tous les  $y_j$  définissent une distribution de valeur centrale  $Y_i$  et de largeur égale à la standard variation des  $m y_j$  divisée par  $\sqrt{m}$ . La procédure est alors la suivante : on tire une position  $x_i$  aléatoirement. Puis à chaque  $x_i$  tirée, on associe un  $y'_i$  tiré dans la distribution de valeur centrale  $Y_i$ . Ceci s'appelle le "Bootstrap" paramétrique.

Dans notre cas, la distribution de chaque  $y_j$  définissant la valeur moyenne  $Y_i$  n'est pas connue. Il faut procéder autrement. Le spectre moyenné possède  $N$  couples de points  $(x_i, Y_i)$ . L'idée est de tirer directement, avec remise, dans l'échantillon de points expérimentaux de nouveaux couples  $(x'_i, Y'_i)$  de manière équiprobable (avec une probabilité  $p = \frac{1}{N}$ ). Ce qui signifie que plusieurs points expérimentaux peuvent apparaître plusieurs fois car le tirage s'effectue avec remise. C'est ce qu'on appelle le "Bootstrap" non paramétrique.

Cette procédure génère un échantillon de 500 nouvelles données expérimentales simulées que nous ajustons et pour lesquels nous mesurons la déviation standard et la valeur moyenne de chaque paramètre ajusté. Cette déviation standard nous informe sur le degré de précision que l'on a sur chaque paramètre de la fonction de régression et définit les barres d'erreurs verticales.

Les barres d'erreurs horizontales sont déduite de la précision à laquelle les amplitudes de la sonde et du pic de cavité ont été mesurés. Ces mesures ayant été faite sur un oscilloscope, on estime à 0.4 mV cette erreur.

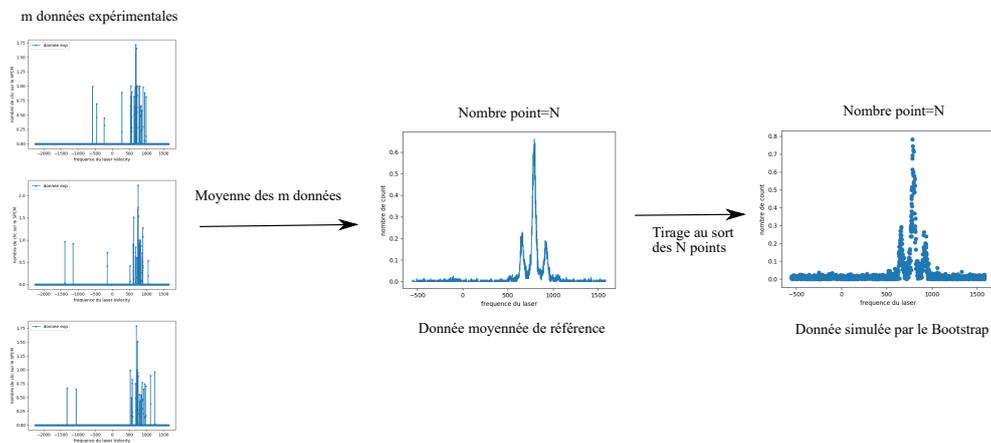


Fig. VI.15 *Elaboration d'un échantillon de donnée pour l'estimation des erreurs sur les paramètres par la méthode de Bootstrap*

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats préliminaires de l'effet d'une modulation périodique d'un des paramètres de le hamiltonien sur les modes propres du modèle de Tavis Cummings.

Le chapitre commence par un état de l'art de la modulation périodique dans les systèmes physiques pour cerner les grandes lignes de cette technique.

Puis nous avons détaillé et calculé les conséquences d'une telle modulation périodique sur les modes propres de le hamiltonien. Ce qui a exhibé un comportement multi fréquence des modes brillants mesurés en transmission de cavité. Cette modulation périodique de la fréquence atomique se transfère sur la fréquence des modes propres avec un indice de modulation égal à la moitié celui de la modulation périodique agissant sur la fréquence atomique.

Puis nous avons caractérisé expérimentalement l'effet de cette modulation sur les modes propres du système en mesurant la dépendance linéaire de l'indice de modulation des modes brillants avec l'indice de modulation de la modulation fréquentielle de la fréquence atomique. . Ce type de modes ouvre l'accès à la réalisation potentielle de mémoire

quantique multi fréquence. Lorsque la modulation de la fréquence atomique est transférée sur les modes propres du hamiltonien, du point de vue d'une sonde venant pompé le mode de cavité, le système présente non plus une seule fréquence propre mais un ensemble de fréquence. On précise qu'on ne crée pas de nouveaux modes propres. Le caractère multi fréquence est une propriété des deux modes brillants du modèle de Jaynes Cummings.

## Chapitre VII

# Conclusion

Dans ce manuscrit, nous avons décrit une expérience démontrant un régime de protection dans lequel les deux modes brillants de la cavité sont protégés contre les sources d'inhomogénéités de fréquences atomiques et forces de couplage. Nous avons développé une étude de la protection dans le cas mésoscopique du nombre d'atomes basée sur le nombre d'états propres couplés avec le mode de cavité et mesurables en transmission. Cette étude nous a permis d'observer la transition entre régime protégé et non protégé à l'échelle de l'atome.

De plus, le régime de couplage fort nous permet d'être dans un régime totalement protégé, où la distribution d'états noirs restent suffisamment loin des deux modes propres brillants. Le système se protégeant lui même naturellement, il n'est pas nécessaire d'agir activement contre ces inhomogénéités. Ce qui rend ce type de plateforme très flexible pour des perspectives intéressantes d'applications en information quantique et dans la conception de portes logiques protégées à plusieurs atomes.

Nous avons également discuté l'effet d'une lumière à 1559 nm sur la structure hyperfine de l'état excité. Cet effet est à l'origine d'un mécanisme de dépompement de  $F = 2$  vers  $F = 1$  lors des mesures des modes brillants du hamiltonien lorsque que le couplage collectif devient de l'ordre de grandeur de la largeur de la distribution inhomogène. On a également démontré qu'en régime de couplage fort, ce dépompement disparaît, confortant l'idée que ce régime protège les états brillants de l'effet du 1559 nm sur la structure de l'état excité.

De plus, la cavité offre une plateforme afin d'étudier l'électrodynamique quantique en cavité multi fréquence. La modulation périodique de la profondeur du réseau optique génère de nouveaux modes propres multi fréquence. En effet on a observé que cette modulation effectuée sur la fréquence atomique se transférait sur les fréquences des modes propres du hamiltonien de Tavis Cummings, créant une nouvelle forme d'état propre multi fréquence dans le régime de couplage fort. Ceci ouvre des perspectives de CQED en régime multi fréquence et la génération de mémoire quantique multi fréquence.

Ces différents résultats sur la protection sont une nouvelle base pour de futures développements. Le couplage fort protégeant le système contre les sources d'inhomogénéités, l'étape la plus excitante est la génération d'intrication à  $N$  atomes. C'est pourquoi le régime de 1 atome par site de piège est la prochaine étape pour tirer avantage au maximum du contrôle à l'échelle de l'atome unique de l'expérience.

Actuellement des efforts sont faits pour générer un système de pinces optiques dans

la cavité. Ces pinces seront un outil crucial pour le chargement d'un atome par site et la génération d'un réseau 1D d'atomes uniques.

De plus, elles permettront un emploi d'une mélasse optique en présence de pince optique afin de refroidir l'ensemble des atomes à des températures plus basses que celles utilisées dans ce manuscrit et atteindre le régime d'un seul atome par site et un couplage plus homogène.

Sur le long terme, on peut donner quelques perspectives intéressantes.

**Génération d'intrication à  $N$  particules à l'aide de couplage Raman** Une des particularités de l'expérience est son large accès optique facilitant l'insertion de faisceaux Raman transverses. Ces faisceaux permettent de nouvelles architectures de couplage dans la cavité. Une possibilité est la réduction de l'émission spontanée en se plaçant à très fort désaccord  $\Delta \gg \gamma$ . Ce qui évite de coupler le système directement à l'état excité. De plus l'effet de la distribution inhomogène disparaît car la transition  $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$  n'est plus adressée directement.

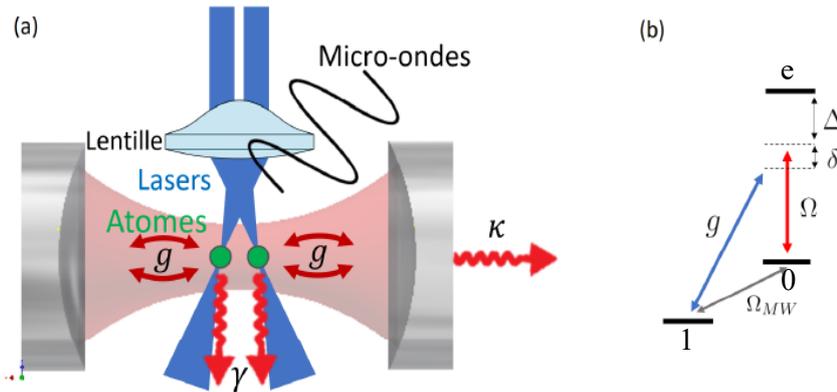


Fig. VII.1 a) Schéma de la cavité et des possibilités d'adressage des atomes dans la cavité. b) Schéma des niveaux d'énergie impliqués dans le processus Raman assisté par la cavité

Plusieurs schémas de préparation d'états intriqués sont basés sur des processus Raman. On peut citer la préparation adiabatique (STIRAP) qui permet de transférer de manière cohérente la population d'un état fondamental vers un autre. On peut également évoquer la génération par relaxation. Dans ce cas le système tend naturellement vers l'état souhaité [4]. Un degré supplémentaire peut être ajouté lorsqu'on passe à un système de  $N$  atomes. Le contrôle des termes dissipatifs à l'échelle de l'atome permet de préparer des états intriqués à  $N$  particules comme l'état  $|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000.0\rangle + |111..1\rangle)$  [108].

Deux mécanismes sont utilisés : le pompage  $Z$  et  $X$ . Tout d'abord, le pompage  $Z$  est basé sur la configuration de couplage de la figure (b) de VII.2. Le faisceau Raman et le couplage avec le mode de cavité adressent la même transition. La cavité couple l'état  $|1\rangle$  avec l'état  $|e\rangle$ . Cette interaction génère deux modes brillants séparés de  $g\sqrt{n_1}$  où  $n_1$  est le nombre d'atomes dans l'état  $|1\rangle$ . On comprend que pour atteindre l'état  $|000.0\rangle$ , la cavité sera excitée avec une lumière décalée de  $\sqrt{1}g$  afin que la dernière étape du processus puisse pomper l'état  $|000.0\rangle$  de manière cohérente. Ce qui crée une condition de résonance sur

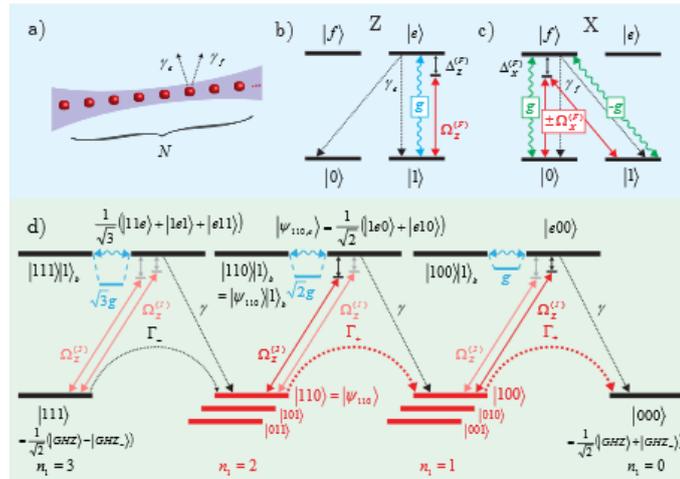


Fig. VII.2 *fig tirée de [108]. a) Schéma de la chaîne d'atomes. b,c) Configuration de couplage des deux mécanismes utilisés. Le mécanisme Z qui prépare l'ensemble des atomes de  $|11..1\rangle$  vers  $|00.0\rangle$  et le mécanisme X qui permet de construire l'état  $|GHZ\rangle$  à partir de l'état  $|000.0\rangle$ . d) Principe général du schéma d'intrication*

le nombre  $n_1$  de l'état initial. Avec un désaccord de  $\sqrt{1}g$ , on favorise le pompage vers l'état  $|000.0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|GHZ\rangle + |GHZ_-\rangle)$ . Tous les autres processus sont non résonants et se produisent sur une échelle de temps plus longue. En concaténant  $2(N - 1)$  processus à la fréquence de Rabi  $\Omega_z^{(F)}$  avec des désaccords respectifs  $\Delta_z^{(F)} = \pm\sqrt{F}g$ , on prépare l'ensemble vers une superposition d'états  $|GHZ\rangle$  et  $|GHZ_-\rangle$ .

Une fois le processus Z effectué, le mécanisme X est enclenché. Il vérifie la configuration de couplage de la figure (c). Ce mécanisme couplant les états  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$  à travers l'état  $|f\rangle$  permet de façonner l'état  $|GHZ\rangle$  à partir de  $|000.0\rangle$  en retirant la contribution  $|GHZ_-\rangle$  de  $|000.0\rangle$ . En effet les deux états propres de X sont donnés par  $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm |1\rangle)$ . L'état  $|GHZ_-\rangle$  peut donc être réécrit dans cette base et contient un nombre impair d'état  $|-\rangle$ . En pompant tous les états avec un nombre impair d'état  $|-\rangle$  vers d'autres états, on construit finalement l'état  $|GHZ\rangle$ .

Ce type de protocole est très utilisé dans le domaine des ions. On peut penser à une application dans le domaine des atomes neutres. La seule limite repose sur la durée de vie du photon dans la cavité créant le couplage entre les différents atomes de la chaîne.

**Métrieologie quantique** Dans notre expérience le couplage collectif entre les atomes et la cavité est utilisé pour produire un état intriqué à plusieurs particules. Chaque atome est positionné dans un site du réseau et détectable à l'aide d'un microscope haute résolution. Ce qui signifie que l'intrication est spatialement distribuée dans la chaîne d'atomes uniques. La métrologie quantique fait grand usage de la génération d'états non classiques de spin pour améliorer la sensibilité de mesure d'observables physiques.

La question que l'on peut se poser est quel type d'état intriqué maximise la sensibilité de la mesure? Ou encore comment mesurer avec le plus de précision non pas une observable mais une combinaison linéaire d'observables physiques [109]? C'est le principe de métrologie multi paramètre.

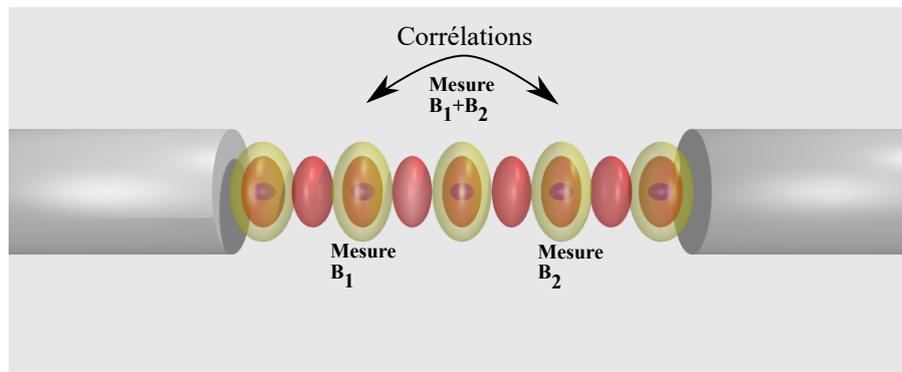


Fig. VII.3 Schéma d'une mesure multi paramètre. Chaque site du réseau est vu comme un paramètre pour lequel une mesure d'un champ  $B_i$  est effectuée. La chaîne d'atomes est intriquée. La création de corrélation quantique non locale permet de réduire le bruit sur la mesure de la somme des deux champs  $B_1$  et  $B_2$

On peut imaginer utiliser la chaîne d'atomes uniques afin d'effectuer des mesures locales de grandeurs physiques comme le champ magnétique en deux positions et déduire par exemple le gradient de champ.

L'ensemble des atomes est alors intriqué avec le reste de la chaîne afin de minimiser le bruit sur la mesure de la combinaison linéaire d'observables physiques comme la valeur moyenne spatial d'un champ ou son gradient. Chaque ensemble d'atomes réalise alors un capteur pour la mesure des champs spatialement distribuées et leurs gradients...

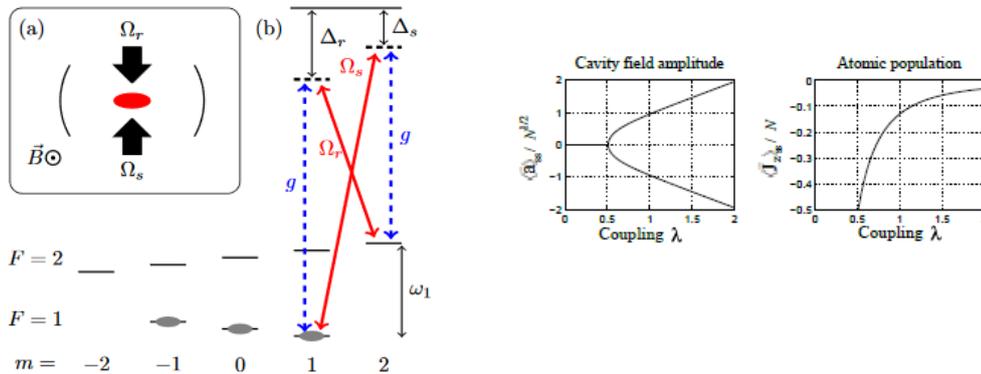
**Intrication et modèle de Dicke** L'utilisation de couplage Raman (cf figure VII.4) permet de simuler le modèle de Dicke [35] [10] dont le hamiltonien effectif prend la forme :

$$H = \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar\omega_a J_z + \hbar \frac{\lambda}{\sqrt{N}} (J_+ + J_-)(a^\dagger + a)$$

L'un des intérêts de ce système est qu'il exhibe une transition de phase quantique d'un état noir d'émission vers un état d'émission superradiante une fois le couplage  $\lambda_c = \frac{\sqrt{\omega_c \omega_a}}{2}$  atteint. Comme indiqué sur la figure VII.4, lorsque que le couplage est plus petit que le point critique, aucun photon n'est présent de la cavité. Des que le système atteint le point critique  $\lambda_c$ , le système entre dans une phase d'émission superradiante.

Une perspective intéressante, non étudiée, consiste à caractériser l'état quantique du système à l'échelle de l'atome unique autour du point critique  $\lambda_c$  où l'intrication est générée de manière spontanée.

Cette caractérisation peut être effectuée dans notre système à l'aide d'une tomographie quantique basée sur des mesures projectives de la cavité [36] ou sur l'imagerie par fluorescence à travers le microscope. Notre plateforme permettrait alors comprendre le lien entre intrication et interaction longue distance lors d'une transition de phase quantique etc...



(a) fig tirée de [10] Sur l'image de gauche, réalisation expérimentale du modèle de Dicke effectif à l'aide de deux faisceaux Raman contra-propageant. Sur la figure de droite, schéma énergétique des différents couplages

(b) fig tirée de [110]. Etat stationnaire de l'amplitude du champ de la cavité et de la population atomique en fonction du couplage  $\lambda$

Fig. VII.4 Modèle de Dicke



## Annexe A

# Annexe 1

### A.1 Rappels sur les forces optiques

Considérons un atome à deux niveaux. Notons  $|g\rangle$  l'état fondamental d'énergie  $E_g = 0$  et  $|e\rangle$  l'état excité d'énergie  $E_e = \hbar\omega_0$ . Le développement ici est semi-classique. Notre système interagit avec un champ électrique monochromatique de la forme :

$$\mathbf{E}(\hat{\mathbf{r}}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t + \phi(\hat{\mathbf{r}}))$$

où  $\hat{\mathbf{r}}$  est la position du centre de masse,  $\omega$  la fréquence du champ et  $\mathbf{E}_0$  le champ électrique vectorielle comprenant la direction dans l'espace du champ et son amplitude. En se plaçant dans l'approximation de l'onde tournante, on déduit un Hamiltonien d'interaction de la forme :

$$H_I = -\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{E}(\hat{\mathbf{r}}, t)$$

. En écrivant  $\mathbf{E}(\hat{\mathbf{r}}, t) = \mathbf{e}E(\hat{\mathbf{r}}, t)$  avec  $\mathbf{e}$  vecteur donnant la direction de polarisation, on peut exprimer la projection du vecteur opérateur moment dipolaire sur  $\mathbf{e}$  de manière matricielle :

$$\hat{D}_e = \hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{e} = \begin{pmatrix} 0 & d_e \\ d_e & 0 \end{pmatrix}$$

L'hamiltonien d'interaction se note alors :

$$H_I = -\hat{D}_e E(\hat{\mathbf{r}}, t)$$

Dès lors on peut exprimer ce qu'on appelle les forces radiatives. En se plaçant dans la limite classique, c'est à dire en supposant un paquet d'onde bien localisé dans l'espace, on peut dériver deux types de forces : la force dipolaire et la pression de radiation. Le théorème d'Ehrenfest appliqué à l'opérateur impulsion  $\hat{\mathbf{P}}$  nous révèle l'expression des forces d'origines optiques

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{P}} \rangle = \frac{1}{i\hbar} \langle [\hat{\mathbf{P}}, \hat{H}_I] \rangle$$

. Ce qui donne en représentation  $\mathbf{r}$  :

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{P}} \rangle = \langle \hat{D}_e \rangle \nabla E(\mathbf{r}, t)$$

Il existe deux contributions à ces forces : la pression de radiation et la force dipolaire :

### A.1.1 Pression de radiation

Cette force dépend du gradient spatial de la phase :

$$\mathbf{F}_r = \frac{d_e^2}{2\hbar} \frac{\Gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} \frac{E_0^2}{2} \mathbf{k}$$

où  $\Omega_1 = \frac{-dE_0}{\hbar}$  est appelé la fréquence de Rabi. On peut simplifier l'équation A.1 en faisant apparaître le paramètre de saturation :

$$\mathbf{F}_r = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{\frac{\Omega^2}{2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{\Gamma^2}{4}} = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s}$$

où  $s$  est appelé le paramètre de saturation et  $s$  est donné par :

$$s = \frac{\frac{\Omega^2}{2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

La pression de radiation correspond à un transfert de quantité de mouvement au cours d'un cycle d'absorption-émission d'un photon. Notons que dans le cas d'une émission spontanée, l'émission se fait de manière aléatoire. Dans le cas d'une absorption de photons se propageant dans une direction donnée, le transfert d'impulsion se fait dans un seul sens, ralentissant ou accélérant l'atome. Cette force sera à la base du refroidissement laser [111] et l'image mythique du refroidissement Sisyphe.

### A.1.2 Force dipolaire

Cette contribution dépend de la variation spatiale de l'intensité. Elle peut s'écrire de la forme :

$$\mathbf{F}_d = -\hbar(\omega - \omega_0) \frac{s}{s + 1} \frac{\nabla \Omega}{\Omega}$$

Cette force est conservative et peut être dérivée d'un potentiel :

$$U_d = \hbar(\omega - \omega_0) \ln(1 + s(\mathbf{r}))$$

Cette force est à la base des réseaux optiques où l'on y piège des atomes uniques par exemple [112]. Pour limiter l'émission spontanée et les effets de chauffage du nuage que cela peut induire, il est préférable de diminuer le taux d'émission spontanée. C'est pourquoi le laser de piégeage est très décalé en fréquence par rapport à la fréquence atomique considérée  $\delta = \omega - \omega_0 \gg 1$ . Dans ce régime la formule (A.5) se simplifie à

$$U_d(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{4\delta^2} \Omega(\mathbf{r}) = \frac{\hbar \Gamma^2}{8\delta} \frac{I(\mathbf{r})}{I_s}$$

avec  $I_s = \frac{\hbar \omega_0^3 \Gamma}{12\pi c^2}$

## Annexe B

# Annexe 2

### B.1 Rappels théoriques des cavités Fabry-Pérot

Dans le cas d'un résonateur Fabry-Pérot, on peut exprimer différentes grandeurs comme la coopérativité, le col du faisceau  $w_0$  à l'aide des paramètres du résonateur :

$$C = \frac{3\lambda^2 F}{\pi^3 w_0^2}$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde du mode résonant,  $F$  la finesse de la cavité et  $w_0$  le col du faisceau du mode de cavité.

$$w_0 = \left(\frac{L\lambda}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)}\right)^{\frac{1}{4}} \text{ avec } g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} \text{ et } g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$$

Il est également utile d'exprimer les formules générales de transmission de réflexion d'une cavité Fabry-Pérot. On suppose une cavité de longueur  $L$  d'intervalle spectrale libre (ISL) égal à  $\nu_{FSR} = \frac{c}{2L}$ . On note  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{T}$  respectivement le coefficient de réflexion et transmission en intensité. On note également  $\mathcal{L}$  les pertes lors d'un aller dans la cavité. On obtient :

$$T(\nu) = \left(\frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T} + \mathcal{L}}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\kappa}\right)^2}$$
$$R(\nu) = \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{T} + \mathcal{L}}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\kappa}\right)^2}$$

avec  $\kappa$  la demi largeur à mi hauteur (HWHM) du résonateur. La finesse  $\mathcal{F}$  est alors donné par :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi\nu_{ISL}}{2\kappa} = \frac{\pi}{\mathcal{T} + \mathcal{L}}$$

Une quantité utile est l'intensité optique  $I_C$  dans la cavité. Elle permet de déduire la profondeur de piège du réseau optique de la cavité.

$$\frac{I_C}{I_I} = \frac{1}{\mathcal{T}} \frac{I_C}{I_T} = \frac{\mathcal{T}}{(\mathcal{T} + \mathcal{L})^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\kappa}\right)^2}$$

$$\frac{I_C}{I_I} = \frac{\mathcal{FT}}{\pi(\mathcal{T} + \mathcal{L})} \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu - \nu_0}{\kappa}\right)^2}$$

La réflexion d'une cavité optique suit une loi lorentzienne. Mais dans le cas d'une cavité fibrée, la présence de la fibre d'entrée modifie la façon dont la lumière est couplée dans la cavité. En effet la fibre d'entrée de la cavité étant à mode unique, tous les modes en entrée de cette fibre ne sont pas couplés dans la fibre. La fibre ne propage qu'un mode. La mesure de la réflexion de la cavité est alors une interférence entre la réflexion du mode de cavité et toute la lumière n'ayant pas été couplée dans la fibre et réfléchi. Cette interférence entre tous les modes induit une forme non symétrique du signal de réflexion de la cavité [53]. C'est pourquoi dans la suite, l'asservissement de la cavité (chapitre 5) a été effectué sur une des bandes latérales et non sur la porteuse car il est impossible d'asservir la cavité au maximum d'intensité de cette porteuse.

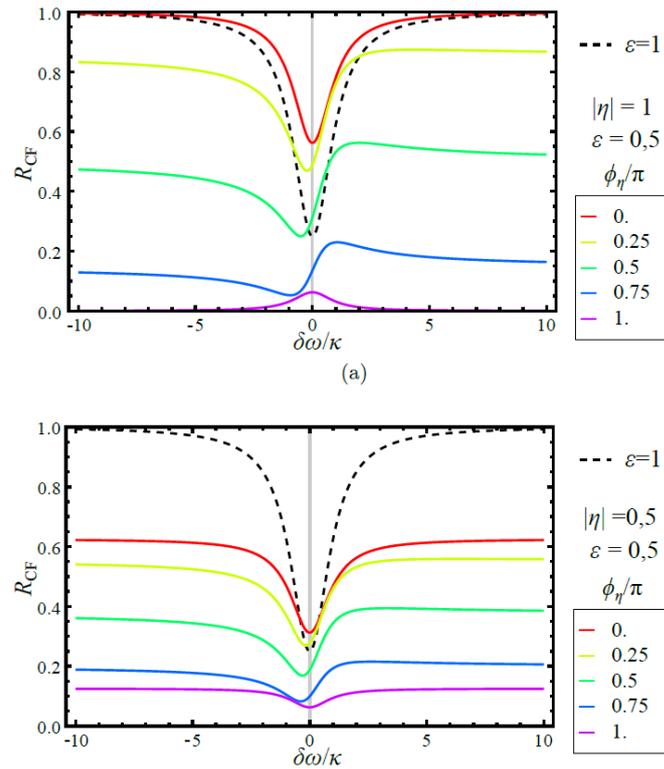


Fig. B.1 Spectre en réflexion de la cavité. On représente différents spectres de réflexion pour différentes valeurs du couplage  $\epsilon$  entre le mode d'entrée de fibre et le mode de cavité. On observe une asymétrie lorsque ce couplage devient faible. Fig. prise de la thèse de S.Garcia

## Annexe C

# Annexe 3

### C.1 Calcul de la modulation résiduelle d'amplitude

L'une des premières sources de modulation d'amplitude résiduelle dans les EOMs est l'effet d'étaçons. Comme nous l'avons vu au chapitre 4, en prenant en compte ces multi réflexions sur les faces d'entrée et de sortie de l'EOM, l'intensité en sortie de l'EOM est donnée par :

$$I_t(t) = t^2 |E_0|^2 \left( 1 + r^4 + 2r^2 \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t) + 2\phi_0) \right)$$

où  $r$  est le coefficient de réflexion en amplitude, Analysons le terme  $\cos(\phi_f(t) + \phi_b(t) + 2\phi_0)$ .

$$\begin{aligned} \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t) + 2\phi_0) &= \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t)) \cos(2\phi_0) \\ &\quad - \sin(\phi_f(t) + \phi_b(t)) \sin(2\phi_0) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Exprimons également  $\phi_f(t) + \phi_b(t)$  de manière à faire apparaître deux modulations bien distinctes :

$$\begin{aligned} \phi_f(t) + \phi_b(t) &= \beta_1 \sin(\omega_m t) + \beta_2 \sin(\omega_m t + \epsilon) \\ &= (\beta_1 + \beta_2 \cos(\epsilon)) \sin(\omega_m t) + \sin(\epsilon) \beta_2 \cos(\omega_m t) \end{aligned}$$

Rappelons quelques formules très utiles :

$$\begin{aligned} \cos(\beta \sin \phi) &= J_0(\beta) + 2 \sum_{k=1} J_{2k}(\beta) \cos(2k\phi) \\ \sin(\beta \sin \phi) &= 2 \sum_{k=0} J_{2k+1}(\beta) \sin((2k+1)\phi) \\ \cos(\beta \cos \phi) &= J_0(\beta) - 2 \sum_{k=1} (-1)^k J_{2k}(\beta) \cos(2k\phi) \\ \sin(\beta \cos \phi) &= 2 \sum_{k=0} (-1)^k J_{2k+1}(\beta) \sin((2k+1)\phi) \end{aligned}$$

Gardons à l'esprit, pour structurer les calculs, que l'on recherche des termes proportionnels à  $\cos(\omega t)$  et  $\sin(\omega t)$  car ils seront démodulés à la fréquence  $\omega_m$  lors de la

technique de Pound Drever Hall. Ce sont ces termes qui vont générer des effets instables sur l'asservissement de la fréquence de la cavité optique.

Revenons à l'équation (C.1) et développons là :

$$\begin{aligned}
\cos(\phi_f(t) + \phi_b(t) + 2\phi_0) &= \cos(\phi_f(t) + \phi_b(t)) \cos(2\phi_0) - \sin(\phi_f(t) + \phi_b(t)) \sin(2\phi_0) \\
&= \cos(2\phi_0) \cos\left((\beta_1 + \beta_2 \cos(\epsilon)) \sin(\omega_m t) + \sin(\epsilon) \beta_2 \cos(\omega_m t)\right) \\
&\quad - \sin(2\phi_0) \sin\left((\beta_1 + \beta_2 \cos(\epsilon)) \sin(\omega_m t) + \sin(\epsilon) \beta_2 \cos(\omega_m t)\right) \\
&= \cos(2\phi_0) \cos\left(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)\right) \\
&\quad - \sin(2\phi_0) \sin\left(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)\right)
\end{aligned}$$

Intéressons nous aux termes :

$$\begin{aligned}
S_1 &= \cos(2\phi_0) \cos\left(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)\right) \\
S_2 &= \sin(2\phi_0) \sin\left(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)\right)
\end{aligned}$$

Le terme  $S_1$  peut se mettre sous la forme finale :

$$\begin{aligned}
S_1 &= \cos(2\phi_0) \left( J_0(\alpha_1) + 2 \sum_{k=1} J_{2k}(\alpha_1) \cos(2k\omega_m t) \right) \left( J_0(\alpha_2) - 2 \sum_{k=1} (-1)^k J_{2k}(\alpha_2) \cos(2k\omega_m t) \right) \\
&\quad - 4 \cos(2\phi_0) \left( \sum_{k=0} J_{2k+1}(\alpha_1) \sin((2k+1)\omega_m t) \right) \left( \sum_{k=0} (-1)^k J_{2k+1}(\alpha_2) \sin((2k+1)\omega_m t) \right) \\
S_1 &= \cos(2\phi_0) \left( J_0(\alpha_1) + 2 \sum_{k=1} J_{2k}(\alpha_1) \cos(2k\omega_m t) \right) \left( J_0(\alpha_2) - 2 \sum_{k=1} (-1)^k J_{2k}(\alpha_2) \cos(2k\omega_m t) \right) \\
&\quad - 4 \cos(2\phi_0) \left( \sum_{k,k'=0} J_{2k+1}(\alpha_1) J_{2k'+1}(\alpha_2) \sin((2k+1)\omega_m t) \sin((2k'+1)\omega_m t) \right)
\end{aligned}$$

Comme on le voit, les différents double produits ne s'exprimeront jamais en fonction de  $\cos(\omega_m t)$  et  $\sin \omega_m t$ . Ce terme ne produira pas de modulation résiduelle d'amplitude à la fréquence  $\omega_m$ .

Occupons nous maintenant du terme  $S_2$  :

$$\begin{aligned}
S_2 &= \sin(2\phi_0) \sin\left(\alpha_1 \sin(\omega_m t) + \alpha_2 \cos(\omega_m t)\right) \\
S_2 &= \sin(2\phi_0) \left( \sin(\alpha_1 \sin(\omega_m t)) \cos(\alpha_2 \cos(\omega_m t)) \right. \\
&\quad \left. + \cos(\alpha_1 \sin(\omega_m t)) \sin(\alpha_2 \cos(\omega_m t)) \right) \\
&= 2 \left( \sum_{k=0} J_{2k+1}(\alpha_1) \sin((2k+1)\omega_m t) \right) \left( J_0(\alpha_2) - 2 \sum_{k=1} (-1)^k J_{2k}(\alpha_2) \cos(2k\omega_m t) \right) \\
&\quad + \left( J_0(\alpha_1) + 2 \sum_{k=1} J_{2k}(\alpha_1) \cos(2k\omega_m t) \right) \left( 2 \sum_{k=0} (-1)^k J_{2k+1}(\alpha_2) \cos((2k+1)\omega_m t) \right) \\
S_2 &= 2J_0(\alpha_2) \left( \sum_{k=0} J_{2k+1}(\alpha_1) \sin((2k+1)\omega_m t) \right) \\
&\quad \left( -4 \sum_{k=1, k'=0} (-1)^k J_{2k}(\alpha_2) J_{2k'+1}(\alpha_1) \cos(2k\omega_m t) \sin((2k'+1)\omega_m t) \right) \\
&\quad + \left( J_0(\alpha_1) \sum_{k=0} (-1)^k J_{2k+1}(\alpha_2) \sin((2k+1)\omega_m t) \right) \\
&\quad + 4 \left( \sum_{k=1, k'=0} J_{2k}(\alpha_1) (-1)^{k'} J_{2k'+1}(\alpha_2) \cos((2k'+1)\omega_m t) \cos(2k\omega_m t) \right)
\end{aligned}$$

Ce long terme possède des composantes proportionnelles à  $\cos(\omega_m t)$  et  $\sin(\omega_m t)$ . En effet les produits  $\cos(2k\omega_m t) \sin((2k'+1)\omega_m t)$  et  $\cos(2k\omega_m t) \cos((2k'+1)\omega_m t)$  peuvent être réécrits :

$$\begin{aligned}
\cos(2k\omega_m t) \sin((2k'+1)\omega_m t) &= \frac{1}{2} [\sin(2(k'-k) + \omega_m t) + \sin(2(k'+k) + \omega_m t)] \\
\cos(2k\omega_m t) \cos((2k'+1)\omega_m t) &= \frac{1}{2} [\cos(2(k'-k) + \omega_m t) + \cos(2(k'+k) + \omega_m t)]
\end{aligned}$$

Ce qui crée des termes oscillant à la fréquence  $\omega_m$



# Bibliographie

- [1] A. ASPECT, P. GRANGIER & G. ROGER ; «Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell’s Theorem» ; *Phys. Rev. Lett.* (1981).
- [2] A. ASPECT, J. DALIBARD & G. ROGER ; «Experimental Test of Bell’s Inequalities Using Time-Varying Analyzers» ; *Phys. Rev. Lett.* (1982).
- [3] V. F & ALL ; «Quantum computation and quantum-state engineering driven by dissipation» ; *Nature Physics* (2009).
- [4] M. J. KASTORYANO, F. REITER & A. S. SØRENSEN ; «Dissipative Preparation of Entanglement in Optical Cavities» ; *Phys. Rev. Lett.* (2011). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.090502>.
- [5] S. WELTE, B. HACKER, S. DAISS, S. RITTER & G. REMPE ; «Photon-Mediated Quantum Gate between Two Neutral Atoms in an Optical Cavity» ; *Phys. Rev. X* (2018). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.8.011018>.
- [6] B. CASABONE, A. STUTE, K. FRIEBE, B. BRANDSTÄTTER, K. SCHÜPPERT, R. BLATT & T. E. NORTHUP ; «Heralded Entanglement of Two Ions in an Optical Cavity» ; *Phys. Rev. Lett.* (2013). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.100505>.
- [7] T. S. DO ESPIRITO SANTO, P. WEISS, A. CIPRIS, R. KAISER, W. GUERIN, R. BACHELARD & J. SCHACHENMAYER ; «Collective excitation dynamics of a cold atom cloud» ; *Phys. Rev. A* **101**, p. 013617 (2020).
- [8] G. M ; «Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms» ; *Nature* (2002).
- [9] R. HORODECKI, P. HORODECKI, M. HORODECKI & K. HORODECKI ; «Quantum entanglement» ; *Rev. Mod. Phys.* (2009).
- [10] Z. ZHANG, C. H. LEE, R. KUMAR, K. J. ARNOLD, S. J. MASSON, A. L. GRIMSMO, A. S. PARKINS & M. D. BARRETT ; «Dicke-model simulation via cavity-assisted Raman transitions» ; *Phys. Rev. A* (2018). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.97.043858>.
- [11] Y. LIN & ALL ; «Dissipative production of a maximally entangled steady state of two quantum bits» ; *Nature* (2013).
- [12] E. J. DAVIS, Z. WANG, A. H. SAFAVI-NAEINI & M. H. SCHLEIER-SMITH ; «Painting Nonclassical States of Spin or Motion with Shaped Single Photons» ; *Phys. Rev. Lett.* (2018). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.121.123602>.
- [13] HACKER.B & ALL ; «Deterministic creation of entangled atom–light Schrödinger-cat states» ; *Nature* (2019).

- [14] M. H. SCHLEIER-SMITH, I. D. LEROUX & V. VULETIĆ; «States of an Ensemble of Two-Level Atoms with Reduced Quantum Uncertainty»; *Phys. Rev. Lett.* (2010). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.104.073604>.
- [15] T. LAUDAT, V. DUGRAIN, T. MAZZONI, M.-Z. HUANG, C. L. G. ALZAR, A. SINATRA, P. ROSENBUSCH & J. REICHEL; «Spontaneous spin squeezing in a rubidium BEC»; *New Journal of Physics* (2018). <https://doi.org/10.1088%2F1367-2630%2F18010101>.
- [16] M. RIEDEL & ALL; «Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology»; *Nature* (2010).
- [17] H. TAKAHASHI, E. KASSA, C. CHRISTOFOROU & M. KELLER; «Strong Coupling of a Single Ion to an Optical Cavity»; *Phys. Rev. Lett.* (2020). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.124.013602>.
- [18] J. LEE, G. VRIJSEN, I. TEPPER, O. HOSTEN & M. KASEVICH; «A Many-Atom Cavity QED System with Homogeneous Atom-Cavity Coupling»; *Optics letters* **39** (2013).
- [19] S.-l. MA, J.-k. XIE, X.-k. LI & F.-l. LI; «Robust generation of entangled fields against inhomogeneous parameters of coupled superconducting resonators and qubits»; *Phys. Rev. A* (2019).
- [20] ZHU & ALL; «Coherent coupling of a superconducting flux qubit to an electron spin ensemble in diamond»; *Nature* (2011).
- [21] C. GREZES, B. JULSGAARD, Y. KUBO, M. STERN, T. UMEDA, J. ISOYA, H. SUMIYA, H. ABE, S. ONODA, T. OHSHIMA, V. JACQUES, J. ESTEVE, D. VION, D. ESTEVE, K. MØLMER & P. BERTET; «Multimode Storage and Retrieval of Microwave Fields in a Spin Ensemble»; *Phys. Rev. X* (2014).
- [22] K. SANDNER, H. RITSCH, R. AMSÜSS, C. KOLLER, T. NÖBAUER, S. PUTZ, J. SCHMIEDMAYER & J. MAJER; «Strong magnetic coupling of an inhomogeneous nitrogen-vacancy ensemble to a cavity»; *Phys. Rev. A* **85**, p. 053 806 (2012).
- [23] e. a. T.ZHONG; «Interfacing broadband photonic qubits to on-chip cavity-protected rare-earth ensembles»; *Nature Communications* (2017).
- [24] K. e. a. PUTZ; «Protecting a spin ensemble against decoherence in the strong-coupling regime of cavity QED»; *Nature Phys* (2014).
- [25] M. XU, D. A. TIERI, E. C. FINE, J. K. THOMPSON & M. J. HOLLAND; «Synchronization of Two Ensembles of Atoms»; *Phys. Rev. Lett.* (2014).
- [26] D. TIARKS & ALL; «A photon–photon quantum gate based on Rydberg interactions»; *Nature* (2018).
- [27] CLARK & ALL; «Interacting Floquet polaritons»; *Nature* (2019).
- [28] AIDELSBURGER; «Measuring the Chern number of Hofstadter bands with ultracold bosonic atoms»; *Nature Physics* **11** (2014).
- [29] LEEK & ALL; «Using sideband transitions for two qubit operations in superconducting circuits»; *Phys Rev B* (2009).
- [30] M. ARNAL, V. BRUNAUD, G. CHATELAIN, C. CABRERA-GUTIÉRREZ, E. MICHON, P. CHEINEY, J. BILLY & D. GUÉRY-ODELIN; «Evidence for cooling in an optical

- lattice by amplitude modulation»; *Phys. Rev. A* (2019). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.100.013416>.
- [31] J. P. BRANTUT, J. F. CLÉMENT, M. R. DE SAINT VINCENT, G. VAROQUAUX, R. A. NYMAN, A. ASPECT, T. BOURDEL & P. BOUYER; «Light-shift tomography in an optical-dipole trap for neutral atoms»; *Physical Review A* **78** (2008).
- [32] A. ROULET & C. BRUDER; «Synchronizing the Smallest Possible System»; *Phys. Rev. Lett.* (2018).
- [33] A. ROULET & C. BRUDER; «Quantum Synchronization and Entanglement Generation»; *Phys. Rev. Lett.* (2018).
- [34] E. T. JAYNES & F. W. CUMMINGS; «Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser»; Proceedings of the IEEE (1963).
- [35] R. H. DICKE; «Coherence in Spontaneous Radiation Processes»; *Phys. Rev.* **93**, p. 99–110 (1954).
- [36] J. VOLZ & ALL; «Measurement of the internal state of a single atom without energy exchange»; *Nature* (2011).
- [37] G. BARONTINI & ALL; «Deterministic generation of multiparticle entanglement by quantum Zeno dynamics»; *Science* (2015).
- [38] F. HAAS, J. VOLZ, R. GEHR, J. REICHEL & J. ESTÈVE; «Entangled States of More Than 40 Atoms in an Optical Fiber Cavity»; *Science* (2014).
- [39] P. FACCHI & S. PASCAZIO; «Quantum Zeno Subspaces»; *Phys. Rev. Lett.* (2002).
- [40] S. I & ALL; «Experimental realization of quantum Zeno dynamics»; *Nat. Commun.* (2014).
- [41] T. STEINMETZ & ALL; «Stable fiber based Fabry Pérot cavity»; *AIP* (2006).
- [42] W. J & ALL; «Fast adiabatic quantum state transfer and entanglement generation between two atoms via dressed states»; *Sci Rep* (2017).
- [43] Y.-H. CHEN, Z.-C. SHI, J. SONG, Y. XIA & S.-B. ZHENG; «Coherent control in quantum open systems : An approach for accelerating dissipation-based quantum state generation»; *Phys. Rev. A* (2017). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.96.043853>.
- [44] S. WELTE, B. HACKER, S. DAISS, S. RITTER & G. REMPE; «Photon-Mediated Quantum Gate between Two Neutral Atoms in an Optical Cavity»; *Phys. Rev. X* (2018). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.8.011018>.
- [45] A. FUHRMANEK, R. BOURGAIN, Y. R. P. SORTAIS & A. BROWAEYS; «Light-assisted collisions between a few cold atoms in a microscopic dipole trap»; *Phys. Rev. A* (2012).
- [46] F. FERRI; «Strong coupling between a fiber-cavity mode and a commensurate atomic lattice»; (2018) <http://www.theses.fr/s189927>.
- [47] J. LEE, G. VRIJSEN, I. TEPPER, O. HOSTEN & M. A. KASEVICH; «Many-atom cavity QED system with homogeneous atom-cavity coupling»; *Opt. Lett.* (2014).

- [48] B. SWINGLE, G. BENTSEN, M. SCHLEIER-SMITH & P. HAYDEN; «Measuring the scrambling of quantum information»; *Phys. Rev. A* (2016). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.94.040302>.
- [49] G. BENTSEN, T. HASHIZUME, A. S. BUYSKIKH, E. J. DAVIS, A. J. DALEY, S. S. GUBSER & M. SCHLEIER-SMITH; «Treelike Interactions and Fast Scrambling with Cold Atoms»; *Phys. Rev. Lett.* (2019). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.123.130601>.
- [50] K. OTT, S. GARCIA, R. KOHLHAAS, K. SCHÜPPERT, P. ROSENBUSCH, R. LONG & J. REICHEL; «Millimeter-long fiber Fabry-Perot cavities»; *Opt. Express* (2016). <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-24-9-9839>.
- [51] T. PÖPPLAU; «Towards strong coupling of strontium to a miniature ring cavity»; (2019).
- [52] S. GARCIA, F. FERRI, K. OTT, J. REICHEL & R. LONG; «Dual-wavelength fiber Fabry-Perot cavities with engineered birefringence»; *Opt. Express* (2018).
- [53] S. GARCIA; «Interfaces fibrées entre atomes uniques et photons uniques»; (2015).
- [54] Y. COLOMBE & ALL; «Strong atom–field coupling for Bose–Einstein condensates in an optical cavity on a chip»; *Nature* (2007).
- [55] HARUKA & ALL; «Interaction between Atomic Ensembles and Optical Resonators : Classical Description»; Arxiv (2011).
- [56] G. GUTHÖHRLEIN, M. KELLER, K. HAYASAKA, W. LANGE & H. WALTHER; «A single ion as a nanoscopic probe of an optical field»; *Nature* (2001). <https://doi.org/10.1038/35102129>.
- [57] A. BERTOLDI, S. BERNON, T. VANDERBRUGGEN, A. LANDRAGIN & P. BOUYER; «In situ characterization of an optical cavity using atomic light shift»; *Opt. Lett.* **35**, p. 3769–3771 (2010).
- [58] F. FERRI, S. GARCIA, M. BAGHDAD, J. REICHEL & R. LONG; «Mapping optical standing-waves of an open-access Fabry-Perot cavity with a tapered fiber»; *The Review of scientific instruments* (2020).
- [59] DE LÉSÉLEUC & ALL; «Observation of a symmetry-protected topological phase of interacting bosons with Rydberg atoms»; *Science* **365**, p. 775–780 (2019).
- [60] R. ISLAM & ALL; «Measuring entanglement entropy in a quantum many-body system»; *Nature* (2015).
- [61] S. DE LÉSÉLEUC & ALL; «Observation of a symmetry-protected topological phase of interacting bosons with Rydberg atoms»; *Science* (2019).
- [62] . HOSTEN & ALL; «Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms»; *Nature* (2016).
- [63] I. D. LEROUX, M. H. SCHLEIER-SMITH & V. VULETIĆ; «Orientation-Dependent Entanglement Lifetime in a Squeezed Atomic Clock»; *Phys. Rev. Lett.* (2010). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.104.250801>.
- [64] T. MACHA, E. URUÑUELA, W. ALT, M. AMMENWERTH, D. PANDEY, H. PFEIFER & D. MESCHÉDE; «Nonadiabatic storage of short light pulses in an atom-cavity system»; *Phys. Rev. A* (2020). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.101.053406>.

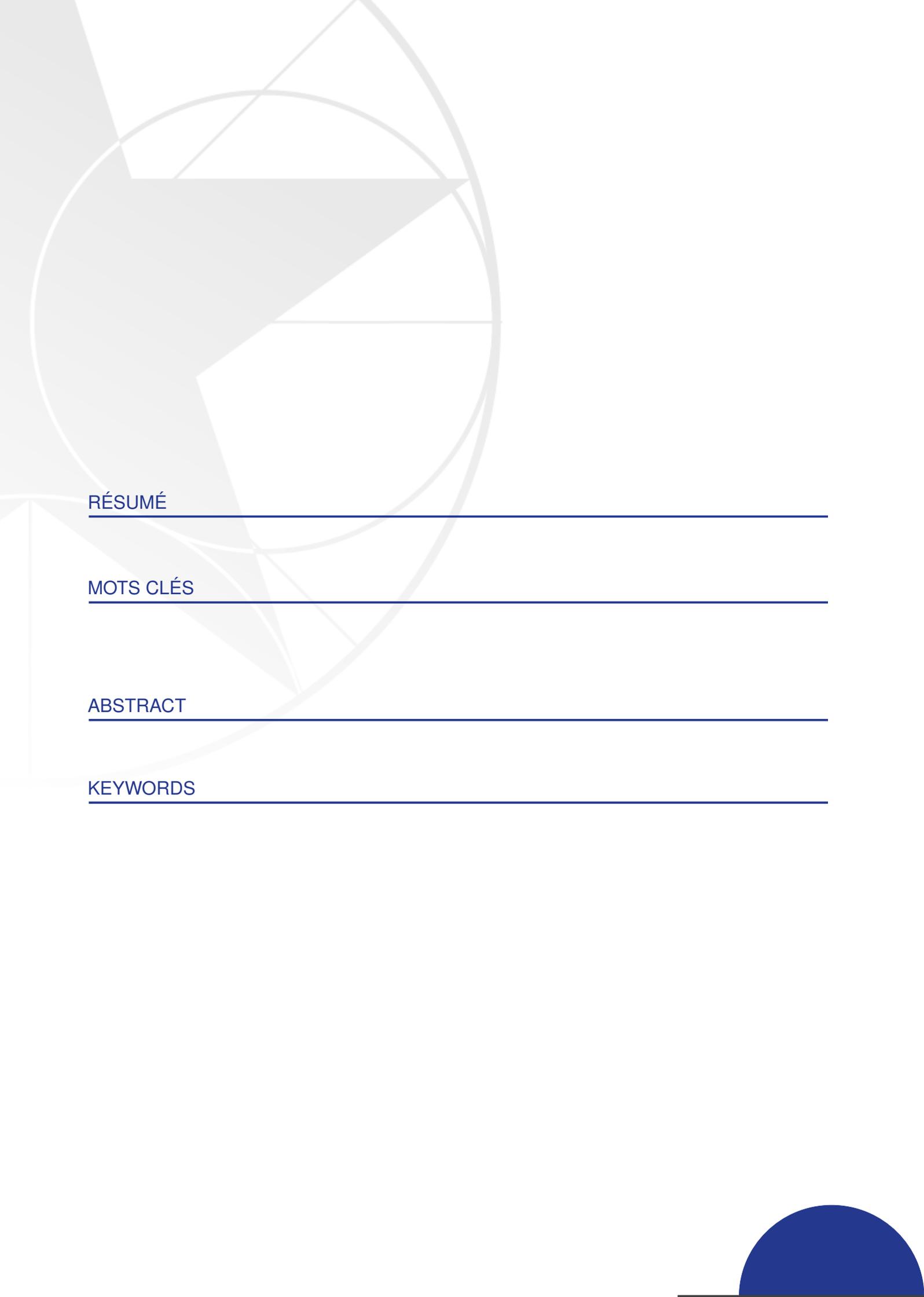
- [65] M. BREKENFELD & ALL; «A quantum network node with crossed optical fibre cavities»; *Nature* (2020).
- [66] A. THOMAS M. KARG & ALL; «Light-mediated strong coupling between a mechanical oscillator and atomic spins 1 meter apart»; *Science* (2020).
- [67] A. M. JAYICH, J. C. SANKEY, B. M. ZWICKL, C. YANG, J. D. THOMPSON, S. M. GIRVIN, A. A. CLERK, F. MARQUARDT & J. G. E. HARRIS; «Dispersive optomechanics : a membrane inside a cavity»; *New Journal of Physics* **10**, p. 095 008 (2008). <https://doi.org/10.1088%2F1367-2630%2F10%2F9%2F095008>.
- [68] «Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity»; *Nature* (2010).
- [69] E. J. DAVIS, G. BENTSEN, L. HOMEIER, T. LI & M. H. SCHLEIER-SMITH; «Photon-Mediated Spin-Exchange Dynamics of Spin-1 Atoms»; *Phys. Rev. Lett.* (2019). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.122.010405>.
- [70] Q. ANSEL, S. PROBST, P. BERTET, S. J. GLASER & D. SUGNY; «Optimal control of an inhomogeneous spin ensemble coupled to a cavity»; *Phys. Rev. A* (2018).
- [71] R. HOUDRÉ, R. P. STANLEY & M. ILEGEMS; «Vacuum-field Rabi splitting in the presence of inhomogeneous broadening : Resolution of a homogeneous linewidth in an inhomogeneously broadened system»; *Phys. Rev. A* (1996).
- [72] C. W. GARDINER & M. J. COLLETT; «Input and output in damped quantum systems : Quantum stochastic differential equations and the master equation»; *Phys. Rev. A* (1985).
- [73] I. DINIZ, S. PORTOLAN, R. FERREIRA, J. M. GÉRARD, P. BERTET & A. AUFFÈVES; «Strongly coupling a cavity to inhomogeneous ensembles of emitters : Potential for long-lived solid-state quantum memories»; *Phys. Rev. A* **84**, p. 063 810 (2011). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.84.063810>.
- [74] J. H. WESENBERG, Z. KURUCZ & K. MØLMER; «Dynamics of the collective modes of an inhomogeneous spin ensemble in a cavity»; *Phys. Rev. A* **83**, p. 023 826 (2011). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.83.023826>.
- [75] B. JULSGAARD, C. GREZES, P. BERTET & K. MØLMER; «Quantum Memory for Microwave Photons in an Inhomogeneously Broadened Spin Ensemble»; *Phys. Rev. Lett.* (2013).
- [76] P. WEISS, A. CIPRIS, M. O. ARAÚJO, R. KAISER & W. GUERIN; «Robustness of Dicke subradiance against thermal decoherence»; *Phys. Rev. A* **100**, p. 033 833 (2019).
- [77] S. PUTZ; «Circuit Cavity QED with Macroscopic Solid-State Spin Ensembles»; (2017).
- [78] D. O. KRIMER, B. HARTL & S. ROTTER; «Hybrid Quantum Systems with Collectively Coupled Spin States : Suppression of Decoherence through Spectral Hole Burning»; *Phys. Rev. Lett.* (2015).
- [79] S. GARCIA, J. REICHEL & R. LONG; «Improving the lifetime in optical microtraps by using elliptically polarized dipole light»; *Physical Review A* **97** (2018).
- [80] (2020). <https://doi.org/10.1088%2F1367-2630%2Faacf1e>.

- [81] C. LEBOUTEILLER ; «Dispositif pour le chargement rapide d'une cavité miniaturisée : vers un registre de qubits atomiques» ; (2016) <http://www.theses.fr/2016PA066100>.
- [82] K. DIECKMANN, R. J. C. SPREEUW, M. WEIDEMÜLLER & J. T. M. WALRAVEN ; «Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms» ; *Phys. Rev. A* **58**, p. 3891–3895 (1998). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.58.3891>.
- [83] M. MISAKIAN ; «Equations for the Magnetic Field Produced by One or More Rectangular Loops of Wire in the Same Plane» ; *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology* **105** (2000).
- [84] T. G. TIECKE, S. D. GENSEMER, A. LUDEWIG & J. T. M. WALRAVEN ; «High-flux two-dimensional magneto-optical-trap source for cold lithium atoms» ; *Phys. Rev. A* **80**, p. 013409 (2009). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.80.013409>.
- [85] G. R. . D. G.-O. A. COUVERT, T. Kawalec ; «Optimal transport of ultracold atoms in the non-adiabatic regime» ; *IOPScience* **83** (2008).
- [86] C. COHEN-TANNOUJDI & J. DUPONT-ROC ; «Experimental Study of Zeeman Light Shifts in Weak Magnetic Fields» ; *Phys. Rev. A* **5**, p. 968–984 (1972). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.5.968>.
- [87] A. M. KAUFMAN, B. J. LESTER & C. A. REGAL ; «Cooling a Single Atom in an Optical Tweezer to Its Quantum Ground State» ; *Physical Review X* **2** (2012).
- [88] O. REVERSIBILITY THEOREMS FOR POLARIZATION APPLICATION & TO REMOTE CONTROL OF POLARIZATION ; «2240 *J. Opt. Soc. Am. A*/Vol. 10, No. 10/October 1993 Vansteenkistee t al» ; (2240).
- [89] E. D. BLACK ; «An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization» ; *American Journal of Physics* **69**, p. 79–87 (2001).
- [90] W. ZHANG, M. J. MARTIN, C. BENKO, J. L. HALL, J. YE, C. HAGEMANN, T. LEGERO, U. STERR, F. RIEHLE, G. D. COLE & M. ASPELMEYER ; «Reduction of residual amplitude modulation to  $1 \times 10^{-6}$  for frequency modulation and laser stabilization» ; *Opt. Lett.* **39**, p. 1980–1983 (2014). <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-39-7-1980>.
- [91] DUONG & ALL ; «Suppression of residual amplitude modulation appeared in commercial electro-optic modulator to improve iodine-frequency-stabilized laser diode using frequency modulation spectroscopy» ; *J. Eur. Opt. Soc.-Rapid Publ* (2018).
- [92] N. C. WONG & J. L. HALL ; «Servo control of amplitude modulation in frequency-modulation spectroscopy : demonstration of shot-noise-limited detection» ; *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, p. 1527–1533 (1985). <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-2-9-1527>.
- [93] A. MORTEZAPOURC & ALL ; «Protecting quantum resources via frequency modulation of qubits in leaky cavities» ; *Sci Rep* (2018).
- [94] V. BRETIN, S. STOCK, Y. SEURIN & J. DALIBARD ; «Fast Rotation of a Bose-Einstein Condensate» ; *Phys. Rev. Lett.* **92**, p. 050403 (2004).

- [95] P. J. LEEK, S. FILIPP, P. MAURER, M. BAUR, R. BIANCHETTI, J. M. FINK, M. GÖPPL, L. STEFFEN & A. WALLRAFF; «Using sideband transitions for two-qubit operations in superconducting circuits»; *Phys. Rev. B* (2009).
- [96] W. GUERIN, T. S. d. E. SANTO, P. WEISS, A. CIPRIS, J. SCHACHENMAYER, R. KAISER & R. BACHELARD; «Collective Multimode Vacuum Rabi Splitting»; *Phys. Rev. Lett.* **123**, p. 243 401 (2019).
- [97] P. C. HALJAN, I. CODDINGTON, P. ENGELS & E. A. CORNELL; «Driving Bose-Einstein-Condensate Vorticity with a Rotating Normal Cloud»; *Phys. Rev. Lett.* **87**, p. 210 403 (2001). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.210403>.
- [98] ASTERIA & ALL; «Measuring quantized circular dichroism in ultracold topological matter»; *Nature Physics* (2019).
- [99] JOTZU & ALL; «Experimental realization of the topological Haldane model with ultracold fermions»; *Nature Physics* (2014).
- [100] J.-F. HUANG, J.-Q. LIAO, L. TIAN & L.-M. KUANG; «Manipulating counter-rotating interactions in the quantum Rabi model via modulation of the transition frequency of the two-level system»; *Phys. Rev. A* **96**, p. 043 849 (2017).
- [101] M. LIU, S. CHESI, Z.-J. YING, X. CHEN, H.-G. LUO & H.-Q. LIN; «Universal Scaling and Critical Exponents of the Anisotropic Quantum Rabi Model»; *Phys. Rev. Lett.* (2017).
- [102] M. SCHIRÓ, M. BORDYUH, B. ÖZTOP & H. E. TÜRECI; «Phase Transition of Light in Cavity QED Lattices»; *Phys. Rev. Lett.* (2012).
- [103] J. ET ALL; «A strongly interacting polaritonic quantum dot»; *Nature physics* (2018).
- [104] E. BRION, F. CARLIER, V. M. AKULIN & K. MØLMER; «Quantum repeater with Rydberg-blocked atomic ensembles in fiber-coupled cavities»; *Phys. Rev. A* (2012).
- [105] MORTEZAPOUR & ALL; «Protecting quantum resources via frequency modulation of qubits in leaky cavities»; *Nature* (2018).
- [106] J. D. STRAND, M. WARE, F. BEAUDOIN, T. A. OHKI, B. R. JOHNSON, A. BLAIS & B. L. T. PLOURDE; «First-order sideband transitions with flux-driven asymmetric transmon qubits»; *Phys. Rev. B* **87**, p. 220 505 (2013).
- [107] NAIK & AL; «Random access quantum information processors using multimode circuit quantum electrodynamics»; *Nature Communication* (2017).
- [108] F. REITER, D. REEB & A. S. SØRENSEN; «Scalable Dissipative Preparation of Many-Body Entanglement»; *Phys. Rev. Lett.* (2016). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.040501>.
- [109] M. GESSNER, L. PEZZÈ & A. SMERZI; «Sensitivity Bounds for Multiparameter Quantum Metrology»; *Phys. Rev. Lett.* (2018). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.121.130503>.
- [110] F. DIMER, B. ESTIENNE, A. S. PARKINS & H. J. CARMICHAEL; «Proposed realization of the Dicke-model quantum phase transition in an optical cavity QED system»; *Phys. Rev. A* (2007). <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.75.013804>.

- [111] J. DALIBARD & C. COHEN-TANNOUDJI; «Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models» ; *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, p. 2023–2045 (1989). <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-6-11-2023>.
- [112] D. BARREDO, S. DE LÉSÉLEUC, V. LIENHARD, T. LAHAYE & A. BROWAEYS; «An atom-by-atom assembler of defect-free arbitrary 2D atomic arrays» ; *Science* (2016). <https://science.sciencemag.org/content/early/2016/11/02/science.aah3778>; <https://science.sciencemag.org/content/early/2016/11/02/science.aah3778.full.pdf>.





RÉSUMÉ

---

MOTS CLÉS

---

ABSTRACT

---

KEYWORDS

---

